exposition des banques aux risques de marché

Michel GALY

Directeur Adjoint, Banque de France*

a vague de déréglementation qui a affecté le fonctionnement des systèmes bancaires et le décloisonnement des procédures de financement qui l'a accompagnée, ont contribué à réduire à la fois la rentabilité et l'importance relative des opérations traditionnelles d'intermédiation des établissements de crédit. Ils ont fait face à cette évolution en développant d'autres segments de leur activité en particulier dans le domaine de la gestion des risques de marché où ils ont favorisé la diffusion des nouveaux produits financiers (contrats à terme de taux d'intérêt et de change, options sur taux d'intérêt et de change, swaps, CAP, FLOOR, FRA) suscités par la volatilité croissante des taux d'intérêt et de change.

Dans ce nouveau contexte, les intermédiaires financiers peuvent être incités ou contraints à prendre des positions ouvertes beaucoup plus importantes que par le passé qui les exposent aux variations non anticipées des taux d'intérêt et des taux de change. Celles-ci atteignent aujourd'hui quotidiennement une ampleur telle qu'elles peuvent absorber en quelques heures, comme l'ont montré des exemples récents, la richesse nette de petites banques de marché imprudemment gérées.

Il apparaît donc indispensable tant pour les actionnaires des banques que pour les autorités prudentielles¹ de disposer d'une méthode permettant de mesurer instantanément et de façon globale la vulnérabilité de l'actif net des banques aux risques de marché. Dans cette perspective, on propose ici d'évaluer la sensibilité de la richesse nette actualisée d'une banque par rapport aux prix de marché à partir de la dérivée totale de la richesse vis-à-vis de ces prix. La variabilité de cet indicateur de vulnérabilité est ensuite établie sur la base d'une matrice historique des variances/covariances des taux d'intérêt et des taux de change et permet d'estimer le risque potentiel maximum encouru par la banque.

^{*} Une première version de cet article intitulée « Banks Exposure to Market Risks », a été présentée à la conférence du GRECO qui s'est tenue à Clermont-Ferrand les 9 et 10 juin 1988. Les opinions qui y sont exprimées n'engagent que leur auteur et ne reflètent pas nécessairement les vues de la Banque de France.

^{1 —} Dans un marché financier parfait, les risques de marché ne devraient pas être un sujet d'inquiétude pour les autorités de tutelle. Leur surveillance se justifie, cependant, par l'existence dans le monde réel d'imperfections institutionnelles et systémiques; voir sur ce point Gurel et Pyle (1984).

DÉFINITION DE LA RICHESSE NETTE

La richesse nette d'un intermédiaire financier peut être obtenue soit en actualisant la somme de ses futurs cash-flows à l'infini soit en mesurant le déséquilibre instantané entre les créances et engagements vis-à-vis des tiers convenablement valorisés en fonction de prix observés ou estimés. Cette seconde solution a été retenue pour des raisons qui apparaîtront clairement par la suite. La transformation de l'ensemble des opérations de bilan et de hors bilan en emplois et ressources à taux fixe nécessitée par cette approche a été réalisée en adoptant les hypothèses et simplifications ciaprès :

- · Les immobilisations corporelles sont exclues de l'analyse.
- Les instruments à taux d'intérêt variable dont on admet que leur valeur est, par définition, insensible aux variations de taux d'intérêt² sont transformés en instruments à taux fixe avec comme échéance finale, leur première échéance. Ainsi un prêt en euro-dollar à 5 ans consenti sur la base du libor à 6 mois sera assimilé à un prêt à taux fixe à 6 mois.
- La valeur actualisée de toute créance ou engagement à taux fixe, dont l'échéance finale est connue qu'il s'agisse ou non d'un titre négociable peut être convenablement représentée par une fonction de ses futurs cash-flows, des taux d'intérêt et des taux de change. Les titres dont l'échéance reste indéterminée (actions, dépôts à vue, etc.) sont assimilés à des rentes perpétuelles. L'évaluation de leurs cash-flows à l'infini sera faite soit à partir du taux d'intérêt à court terme ou du coût de gestion dans le cas de dépôts à vue non rémunérés soit sur la base du dernier dividende perçu, dans le cas des actions, associé éventuellement au taux de croissance de long terme attendu pour ce dividende.
- Les opérations recensées au hors bilan dont l'exécution n'est soumise à aucune condition restrictive sont réinterprétées en termes d'emplois et de ressources à taux fixe conformément aux relations d'arbitrage existant entre marchés à terme et marchés du « physique »3 et introduites dans le bilan. Ainsi, un achat à terme de dollar contre franc à 6 mois sera représenté par la combinaison d'un emprunt de franc et d'un placement en dollar venant à échéance dans 6 mois. De la même façon, l'achat d'un contrat à terme de taux d'intérêt à 3 mois se traduira à l'actif par l'apparition d'une obligation équivalente au titre sous-jacent du contrat, et au passif, par un emprunt à 3 mois. Les swaps de devises traditionnels recevront les mêmes traitements que les opérations de change à terme. Les swaps de taux d'intérêt qu'ils soient ou non constitués à des fins de couverture seront remontés dans le bilan après transformation de la partie à taux variable comme indiqué ci-dessus. Ainsi, un swap emprunteur à 5 ans à taux variable révisable tous les 6 mois contre taux fixe, entraînera l'apparition à l'actif d'un prêt à court terme (6 mois) à taux fixe et au passif d'un emprunt à taux fixe à 5 ans. Un FRA se matérialisera au bilan dans les mêmes conditions. L'achat d'un FRA 10 % contre libor 6 mois dans 3 mois s'inscrira sous la forme d'un prêt à 3 mois au taux de 10 % et d'un emprunt à 9 mois au même taux.
- Les opérations de hors bilan de nature contingente (options de taux d'intérêt, de taux de change, CAP, FLOOR, etc.) avant de recevoir un traitement similaire aux précédentes doivent être transformées en opérations certaines. Pour ce faire, on valorise la position en options par le coefficient (appelé delta par les professionnels)

^{2 —} Notons que cette hypothèse ne semble pas toujours confirmée par les faits ainsi que le souligne l'article de Ramaswamy et Sundaresan (1986).

^{3 —} Dans un marché des capitaux parlait et en l'absence de coût de transactions, les marchés à terme et d'options sont redondants : il est toujours possible de reproduire les opérations nouées sur ces marchés par une combinaison adéquate de prêts et d'emprunts et d'achat ou vente de titres sur les marchés du comptant,

exprimant la relation entre la variation du prix théorique de l'option⁴ et celle du cours de l'actif sous-jacent. Ainsi, une banque ayant vendu des *calls* FRF/USD à 3 mois *at the money* — avec un delta égal à 1/2 — pour un montant de 1 million de dollars peut reproduire de façon identique, au regard du risque de taux, cette opération par l'achat à terme de 0,5 million de dollars à 3 mois. Cette opération sera introduite dans le haut de bilan en retenant la procédure indiquée précédemment. L'équivalent « physique » de la position en option ainsi déterminé doit être révisé quotidiennement en fonction de l'évolution du delta.

Compte tenu de ces différentes hypothèses et approximations, la richesse nette actualisée d'une banque (W) est définie par la contrainte de budget :

(1)
$$W = \sum_{i=1}^{k} W_i = \sum_{j=1}^{k} A_j(r_o, r_i, e_i) - L_j(r_o, r_i, e_i)$$

où les valeurs actualisées des actifs Ai et passifs Li détenus dans la devise i^5 et exprimés en monnaie nationale, sont fonction de trois variables : r_i , r_o , les taux d'intérêt étranger et domestique et e_i le taux de change⁶.

On observera qu'à l'origine de la création de la banque, W est par définition strictement équivalent au montant des fonds propres.

L'équation générale de la richesse nette étant ainsi définie, il convient de spécifier plus précisément la forme fonctionnelle du processus d'actualisation. Ce sera l'objet des deux sections suivantes.

FORMALISATION DE LA MÉTHODE D'ACTUALISATION

La méthode d'actualisation recherchée devrait à la fois être applicable aussi bien à des titres négociables que non négociables, déboucher sur une forme analytique de la sensibilité du titre aux variations du taux d'intérêt qui rende compte correctement de l'observation empirique et permettre l'intégration aisée d'autres prix de marché (taux de change, taux d'intérêt étranger). Après avoir brièvement confronté les deux principaux modèles d'actualisation au regard de ces critères, la formulation retenue est adaptée à des actifs d'échéance indéterminée et étendue à une approche multidevises.

De façon générale, la valeur présente d'un actif à taux fixe est déterminée par la somme de ses futurs cash-flows qui peuvent être actualisés essentiellement par deux procédés :

— La méthode traditionnelle fondée sur l'hypothèse de stabilité du taux d'intérêt

 Les méthodes retenant une courbe des taux non plate soumise à différents processus stochastiques⁷.

Selon la formulation traditionnelle, la valeur présente d'un actif à taux fixe (V) produisant une série de cash-flows At sur n périodes s'écrit :

(2)
$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_t}{(1-r)^t}$$

En première approximation, on utilisera le delta dérivé de l'équation de Black and Scholes tant pour les options européennes qu'américaines. Le delta varie entre 0 et 1 pour les options d'achat et 0 et – 1 pour les options de vente.

^{5 —} Lorsque l'indice i est égal à zéro, il représente la monnaie nationale avec le taux de change $e_{\rm o}=1$.

^{6 -} Le taux de change est coté à l'incertain - une unité de devise pour n unités de monnaie nationale.

^{7 ---} Pour une présentation générale de ces méthodes, voir Bierwag (1987) et Cox et alii (1979 et 1985).

où r représente le taux d'intérêt. Ce résultat découle directement des contraintes d'équilibre de marchés efficients dans un monde certain. S'il n'en était pas ainsi, les arbitragistes pourraient s'assurer des profits sans risque, par exemple en empruntant au taux d'intérêt constant r et en achetant le titre lorsque sa valeur de marché est inférieure à la valeur actualisée. La vision d'une courbe des taux plate correspondant au modèle traditionnel paraît cependant peu compatible avec les données de l'expérience. Cette constatation a conduit naturellement à substituer au taux d'intérêt unique une représentation directe (Bierwag 1987) ou indirecte (Cox et alii 1979) de la courbe des taux d'intérêt. En retenant les mêmes hypothèses de perfection des marchés que précédemment et en notant la structure des taux d'intérêt par h (o, t) où le premier indice représente la date d'observation et le second l'échéance du cashflow concerné, la valeur présente d'un actif à taux fixe se définit comme suit :

(3)
$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_{t}}{(1-h(0,t))^{t}}$$

L'avantage théorique de cette approche sur l'actualisation à taux d'intérêt constant est qu'elle prend implicitement en compte l'évolution rationnellement anticipée des taux d'intérêt. On sait, en effet, que la courbe des taux d'intérêt observée à un instant donné constitue, dans un marché efficient où les agents économiques sont indifférents au risque, un prédicteur sans biais des taux d'intérêt futurs.

Les résultats générés par ces deux modèles ne sont identiques que lorsque la courbe des taux d'intérêt est plate. Ils diffèrent de façon plus ou moins sensible dans les autres cas tant pour ce qui concerne l'évaluation de la valeur présente du titre que pour la mesure de sa sensibilité⁸ aux variations des taux d'intérêt qui dépendra largement dans la seconde formulation de la spécification du processus stochastique retenue pour décrire les déplacements de la courbe des taux d'intérêt (Fisher-Weil 1971 et Cox et alii 1979).

À titre d'illustration, on présente en annexe 1 une simulation de ces différentes approches appliquée à un emprunt à 10 fois émis au taux coupon de 10 % sous l'hypothèse que le taux d'intérêt courant peut varier de 8 % à 10 et 12 % et que les courbes de taux d'intérêt correspondantes ont une pente positive. Trois méthodes d'actualisation ont été utilisées : la méthode traditionnelle et deux méthodes stochastiques — celles de Fisher-Weil et Cox et alii. Les résultats obtenus font apparaître des différences importantes surtout pour les sensibilités (duration) essentiellement entre l'approche de Cox et alii et les deux autres procédés. Ceci ne peut constituer bien entendu un test suffisant pour disqualifier telle ou telle méthode⁹. Seule la comparaison ex-post de stratégies d'immunisation d'un portefeuille fondées sur ces trois procédés pourrait fournir une réponse pertinente.

En l'absence de tels travaux, on a finalement retenu l'approche traditionnelle de l'actualisation dont la forme analytique se prête aisément à l'introduction d'autres prix de marché et à la valorisation d'actifs à taux fixe à échéance indéterminée.

^{8 —} La sensibilité du titre ou duration est obtenue en calculant la dérivée de formules analytiques d'actualisation par rapport au taux d'intérêt (équation 2) ou aux déformations stochastiques de la courbe du taux (équation 3).

^{9 —} Des tests effectués par P. Artus (1988) selon l'approche de Cox et alii ont montré dans le cas français que la duration stochastique résultant de cette approche est sujette à une forte instabilité et semble donc difficile à utiliser dans une stratégie de mesure et de couverture du risque de taux d'intérêt.

Actualisation d'actifs à échéance indéterminée

Les actifs à échéance indéterminée (actions, dépôts à vue) sont assimilés à des rentes perpétuelles ne donnant pas lieu à remboursement du capital. La dérivation de leur valeur actualisée est obtenue en remplaçant dans l'équation 2 les cash-flows At par un coupon constant C et en faisant tendre n vers l'infini, soit :

$$(4) \quad V = \frac{C}{r}$$

Dans le cas des actions, on peut comme dans la formulation de Gordon-Shapiro supposer que le dividende (D) croît de façon constante à l'infini au taux g. La relation précédente s'écrit alors :

$$(5) V = \frac{D}{r-g}$$

Actualisation d'un actif en devise

On ne s'est préoccupé, jusqu'ici, que de la valorisation d'actifs libellés en monnaie nationale. Cette approche peut être étendue à des créances en devise en prenant en compte l'évolution future des taux de change escomptée sur la durée de vie des titres. Si le marché des changes est efficient et les agents économiques indifférents au risque, la variation future du taux de change ne peut, en termes d'espérance mathématique, différer du déport ou report sur le marché des changes à terme¹⁰.

Formellement, cette proposition peut être caractérisée par les deux relations ciaprès :

(6)
$$F_{it} = e_{i0} \left[\frac{1 + r_0}{1 + r_i} \right]^t \simeq e_{i0} (1 + r_0 - r_i)^t$$

(7)
$$E\left(\frac{\bar{e}_{it}}{c_{i0}}\right) = \frac{F_{it}}{e_{i0}}$$

L'équation 6 spécifie la relation de parité des taux d'intérêt où le taux de change à terme (F_{it}) de la devise i pour la période t apparaît comme une fonction du taux de change au comptant (e_{i0}) et de la différence des taux d'intérêt (r_0-r_i) . L'équation 7, conformément à l'hypothèse des anticipations rationnelles, indique que le taux de change à terme est un prédicteur sans biais du taux de change futur (\tilde{e}_{it}) . La combinaison des relations 6 et 7 permet d'exprimer le taux de change futur comme une fonction du taux de change au comptant et du différentiel d'intérêt, soit en omettant le terme d'erreur :

(8)
$$e_{it} = e_{i0} \left[\frac{1 + r_0}{1 + r_i} \right]^t$$

Il est maintenant possible de déterminer la valeur présente d'un actif en devise à taux fixe V_i en utilisant l'équation 8 pour valoriser en monnaie nationale les cash-flows de l'équation 2, soit :

(9)
$$V_{i0} = \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{it}\tilde{e}_{it}}{(1+r_{t})^{t}}$$

^{10 —} Voir sur ce point, la synthèse réalisée par Gaab et alii (1986).

Substituant à \bar{e}_{it} , son expression dans la relation 8, il vient :

(10)
$$V_{i0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_{i0}a_{it}(1+r_0)^t}{(1+r_t)^{2t}}$$

L'équation 10 ainsi obtenue montre que la valeur présente d'un actif en devise est une fonction non seulement du taux d'intérêt étranger et du taux de change au comptant mais dépend également du taux d'intérêt domestique. Bien entendu, cette relation ne vaut strictement que dans un monde incertain, l'aléa ayant été omis.

MESURE DE L'EXPOSITION AUX RISQUES DE MARCHÉ ET VOLATILITÉ

La forme de la fonction d'actualisation étant maintenant précisée, il est possible d'en dériver une expression analytique de la sensibilité d'un titre quelconque et par agrégation de l'ensemble de la richesse nette, aux variations des prix de marché (r_0 , r_i , e_{i0}). Pour ce faire, il suffit de calculer la différentielle totale de la valeur actualisée vis-à-vis de ces prix. Sous l'hypothèse que les variations de ces prix soient indépendantes, l'équation de la dérivée totale d'un actif donné (cf annexe 2 pour le calcul de la dérivée et la définition des durations \dot{D}_i et \ddot{D}_i) s'écrit :

(11)
$$dV_t = \frac{\dot{D}_i V_i}{1 + r_0} dr_0 - \frac{\ddot{D}_i V_i}{1 + r_i} dr_t + \frac{V_i}{e_{i0}} de_{i0}$$

où \dot{D}_i et \ddot{D}_i sont les expressions de la sensibilité de la valeur actualisée aux variations des taux d'intérêt respectivement domestique et étranger. On vérifie que la relation 11 est suffisamment générale pour s'appliquer à toute devise, y compris la monnaie nationale. Sachant que dans ce cas, on a $r_i = r_0$; $e_0 = 1$, l'équation 11 se réduit à l'expression ci-après :

(12)
$$dV_0 = \frac{(\dot{D}_0 - \ddot{D}_0) \ V_0}{1 + r_0} \ dr_0 = -\frac{D_0 V_0}{1 + r_0} \ dr_0$$

où Do est la forme usuelle de la duration au sens de Macaulay (11), soit :

(13)
$$D_0 = \sum_{i=1}^{n} t a_{0i} \frac{(1+r_0)^{-1}}{V_0}$$

La mesure de la sensibilité aux variations de prix spécifiée par l'équation 11 suppose qu'il n'existe pour chaque devise, quel que soit le titre concerné, qu'un seul taux d'intérêt. Il est clair que cette hypothèse est irréaliste. Sauf à avoir une parfaite substituabilité entre tous les titres, les taux d'intérêt ne peuvent être les mêmes sur tous les segments d'un marché. L'utilisation opérationnelle de l'équation 11 impose

^{11 —} Macaulay (1938) a, le premier, proposé de déterminer la durée moyenne de vie d'un titre à taux fixe en pondérant les dates des cash-flows futurs par les poids relatifs des cash-flows dans la valeur actualisée.

^{12 —} Le coefficient de régression entre les variations du taux directeur (ΔR_i) et celles du taux de l'instrument concerné (ΔR_i) fournit une estimation de cette liaison. Il est égal à :

donc à la banque de choisir pour chaque devise un taux d'intérêt directeur (taux du marché monétaire, taux actuariel sur le marché à terme des taux d'intérêt, etc.) et de calculer pour chaque instrument son taux actuariel spécifique et la liaison de ce taux avec le taux d'intérêt directeur retenu (12). Ce cœfficient servira à pondérer la dérivée partielle de V_i par rapport à r_i . Dans les développements qui suivent, on fait l'hypothèse que ces coefficients sont tous égaux à l'unité.

Nous sommes désormais en mesure d'étendre cette approche à l'ensemble du bilan d'un intermédiaire financier tout d'abord en déterminant la sensibilité de la position nette sur chaque devise et en agrégeant ensuite l'ensemble de ces positions. Pour une devise donnée, la vulnérabilité de la banque s'éçrira comme suit :

(14)
$$dW_t = \frac{(\dot{D}_{al}A_t - \dot{D}_{jl}L_l)}{1 + r_0} dr_0 + \frac{(\ddot{D}_{il}L_l - \ddot{D}_{al}A_l)}{1 + r_l} dr_l + (A_l - L_l) \frac{de_{i0}}{e_{i0}}$$

où $(\dot{D}_{ai},\,\ddot{D}_{ai})$ et $(\dot{D}_{li},\,\ddot{D}_{li})$ sont les durations respectivement des emplois et ressources dans la devise i. Cette relation signifie que la sensibilité de la position nette de la banque dans une devise donnée résulte du déséquilibre entre les durations des actifs et passifs et de l'existence d'une position de change ouverte dans cette devise. Il convient de noter que ce résultat est plus général que celui obtenu par Grammatikos et alii (1986) dont l'analyse ne concerne que les positions de change et ne peut donc envisager, dans sa globalité, l'incidence des risques de marché. Ceci peut être réalisé, en revanche, dans notre approche en sommant la relation 14 sur l'ensemble des devises, monnaie nationale incluse. On obtient ainsi une mesure de la sensibilité totale de la richesse nette de la banque — selon la définition de l'équation 1 — aux variations de l'ensemble des taux d'intérêt et des taux de change, à savoir :

(15)
$$\sum_{i=1}^{k} (dW_i) = \sum_{i=1}^{k} (W'_{ir0} dr_0) + \sum_{i=1}^{k} (W'_{irl} dr_l) + \sum_{i=1}^{k} \left(e_{i0} W'_{ie_{i0}} \frac{de_i}{e_{t0}} \right)$$

En substituant à dr₀ dr_i et $\frac{de_i}{e_{i0}}$, leurs espérances mathématiques, la variation ex-ante de la richesse nette peut s'écrire sous forme matricielle, comme suit :

avec les symboles :

- Y est le vecteur des « gaps » de duration et des positions de change de dimension (1; 3 (k + 1)) où k indique le nombre de devises;
- Z est une matrice des variations historiques des taux d'intérêt et de change de dimension (m, 3 (k + 1)) avec m représentant le nombre d'observations;
 - Z est l'espérance mathématique de Z.

La sensibilité moyenne de la richesse nette ainsi obtenue n'est pas suffisante cependant, pour apprécier le risque potentiel maximum encouru par la banque. Il est nécessaire de tenir compte également de la variabilité des taux d'intérêt et des taux de change. Ceci peut être réalisé en calculant la variance de la sensibilité telle que définie par la relation 16, à savoir :

où $(Z - \bar{Z})'$ $(Z - \bar{Z})$ est la matrice des variances/covariances des variations de taux

d'intérêt et de taux de change. Notons que cette relation ne serait parfaitement cohérente avec l'hypothèse initiale que les variations de prix sont indépendantes que dans le cas où les covariances seraient nulles. Cette question qui ne peut être résolue qu'au niveau empirique, fait l'objet de la dernière section.

Símulation de l'exposition d'une banque aux risques de marché sur la période 1976-1986

Supposons que le bilan d'une banque française en 1988 soit constitué d'actifs et passifs libellés en cinq devises : franc français, dollar US, deutchemark, yen et livre sterling notées respectivement FRF, USD, DEM, JPY, et GBP. Supposons, en outre, que la banque — après ajustements conformes aux simplifications de la 1^{re} section — pratique une transformation importante en franc français, plus modeste en devises tandis qu'elle maintient une position de change longue sur le mark et le yen, courte sur la livre et le dollar avec une position globale nette toutes devises confondues légèrement en faveur du franc. Cet hypothétique bilan présente la composition suivante :

ACTIFS

PASSIFS

Devise	Montant (nns FRF)	Maturité (année)	Fréquences des cash-flows	Montant	Maturité (année)	Fréquences des cash-flows
FRF USD DEM JPY GBP	1 000 200 150 150 100	5 0,5 2 2 1	· 5 1 2 2 1	800 300 100 100 200	0,25 0,25 0,5 0,5 0,5	1 1 1 1
	1600		}	100 1600 (capita	al)	

La sensibilité de la position nette par devise a été évaluée conformément à la relation 14 en admettant que l'ensemble de ces opérations avait été initié le 19/02/1988 aux conditions :

Devise	Taux d'intérêt	Taux de change (FRF)		
FRF	7,4375%	1,0		
USD	6,75	5,77		
DEM	3,4375	3,38		
JPY	3,75	0,004436		
GBP	8,875	10,084		

Pour obtenir une évaluation du risque potentiel maximum, la dernière étape a consisté à estimer la matrice des variances/covariances des variations des taux d'intérêt et de change. Cette matrice a été établie à partir des séries trimestrielles de la base de données du FMI sur la période 1976-1986, une distinction étant faite entre deux sous-périodes : 1976-1980 et 1980-1986. Deux démarches ont été adoptées : la première fait usage de l'ensemble de la matrice des variances/covariances tandis que la seconde suppose que les covariances sont nulles. Les résultats obtenus sont retracés dans le tableau ci-après :

VARIANCE ET ÉCART-TYPES DE LA SENSIBILITÉ DE LA RICHESSE NETTE

(mns FRF)

. 6.1. 4	 matrice tota 	le des var/covar	covariances nulles		
périodes	variance	écart-type	variance	écart-type	
1 - 1976 4 - 1986	2 137,8	46,2	11 323,3	106,4	
1 - 1976 4 - 1980	1 643,2	40,5	8 627,8	92,9	
1 - 1980 4 - 1986	2 211,9	47,0	11 628,2	107,8	

Leur examen suggère les observations suivantes :

- Le choix de périodes d'estimation différentes pour la matrice des variances/covariances n'a pas d'effet sensible sur la mesure de l'écart-type de la sensibilité de la richesse nette. Naturellement, ceci ne signifie pas nécessairement que la matrice est stable. Simplement les changements intervenus dans les coefficients ont eu tendance à se compenser dans le cas d'espèce. Il n'est pas certain qu'un tel résultat puisse se reproduire dans le futur. Il serait donc prudent, dans le cas d'une mise en œuvre opérationnelle, soit de procéder à des tests de stabilité, soit de réviser régulièrement le calcul des variances/covariances.
- Si l'on considère l'estimation fondée sur l'utilisation de l'ensemble de la matrice des variances/covariances, il apparaît que l'existence de la banque n'aurait pas été compromise même dans le cas d'une situation extrême qui peut être caractérisée par une variation de la sensibilité de deux écarts-types. Une telle situation n'aurait pas en effet entraîné la disparition totale des fonds propres.
- Il n'en va pas ainsi, si l'on fait abstraction des covariances. Il paraît donc important de les prendre en compte même si elles sont instables faute de quoi la banque pourrait être conduite à surestimer son exposition véritable aux risques de marché et être incitée à augmenter de façon inappropriée le niveau des capitaux propres destinés à la couverture de ces risques. Sa compétitivité en serait obérée d'autant.

ASPECTS PRUDENTIELS

La méthode de mesure de la vulnérabilité des banques aux risques de marché qui vient d'être exposée constitue un indicateur utile tant pour la gestion quotidienne de la banque que pour l'exercice de surveillance des autorités de tutelle. Cet instrument pourrait, en effet, permettre de concevoir diverses règles prudentielles :

- Il peut être utilisé de façon discrétionnaire par l'organe de contrôle pour fixer des limites aux prises de risque en fonction de la situation de chaque banque et de l'expertise de son personnel.
- Une règle générale exigeant un montant de capital minimum susceptible de couvrir les pertes résultant d'une variation extrême des prix de marché pourrait être imposée. Toutefois, cette contrainte qui s'ajouterait à la norme de fonds propres fixée par le comité COOKE (1988) pour les risques de contrepartie reviendrait à interdire à la plupart des banques toute prise significative de position sur les taux de change et les taux d'intérêt et les inciterait à développer leurs activités dans des domaines encore plus risqués et non couverts par la réglementation.
- Une troisième possibilité consisterait à rendre public cet indicateur en précisant qu'au-delà d'un certain niveau de prise de risque (mesuré par le rapport du capital) à l'écart-type de la sensibilité de la richesse nette) assuré sur une période

suffisamment longue, les déposants de la banque concernée ne bénéficient plus de l'assurance des dépôts en cas de défaillance.

ANNEXE 1

Comparaison de trois procédés d'actualisation Définitions et hypothèses

- L'emprunt est émis au taux coupon de 10 % pour une durée de 10 ans;
- le taux d'intérêt à court terme peut prendre trois valeurs : 8 %, 10 %, 12 % ;
- trois courbes de taux d'intérêt leur sont associées. Elles ont été générées par une équation de la forme :

$$r_t = EXP (at + bt^2 + ct^3 + d)$$

sous la contrainte que les taux se situent respectivement entre 8 et 9,9%, 10 et 11,9%, 12 et 13,9%.

— Pour l'estimation du modèle de COX et alii, les paramètres — μ le taux d'intérêt d'équilibre, β la vitesse de retour à l'équilibre, σ^2 la variance instantanée du taux d'intérêt — ont pris les valeurs suivantes :

 $\mu=0.08$; 0.10 ; 0.12 ; $\beta=0.692$; $\sigma^2=0.0004$. Le coefficient β est celui estimé dans COX et alii (1979) sur la période 1967-1976.

RÉSULTATS

Taux actuariel		8 %		10 %			12 %		
(*)	mac	f-w	COX	mac	f-w	COX	mac	f-w	COX
Valeurs actualisées Duration	113,4 6,97	102,4 6,73	103,3 3,88	100 6,76	90,8 6,52	88,9 3,60	88,7 6,55	81,5 6,31	76,9 3,53

(*) MAC : Forme traditionnelle d'actualisation et duration de MACAULAY.

f-w : Actualisation et Duration stochastique de Fisher-Well. cox : Actualisation et Duration stochastique de COX et alii.

ANNEXE 2

Dérivée totale de la valeur actualisée par rapport aux taux d'intérêt et aux taux de change.

Cette relation s'écrit comme suit :

(1)
$$dV_l = V'_{r_0} dr_0 + V'_{r_0} dr_l + V'_{e_m} de_{i0}$$

où les dérivées partielles de V_i vis-à-vis de r_0 , r_i et e_{i0} sont égales à :

(2)
$$V'_{r0} = \sum_{i=1}^{n} t a_{it} (1 + r_i)^{-2t} (1 + r_0)^{t-1} e_{i0}$$

(3)
$$V'_{ri} = -\sum_{i=1}^{n} 2ta_{it}(1 + r_0)^{t}(1 + r_i)^{-2t} - t_{ei0}$$

(4)
$$V'_{e_{i0}} = \sum_{i=1}^{n} a_{it} (1 + r_0)^t (1 + r_i)^{-2t} = \frac{V_t}{e_{t0}}$$

En multipliant les relations 2 et 3 respectivement par $\frac{1+r_0}{V_i}$ et $\frac{1+r_1}{V_i}$

et en définissant \dot{D}_i et \ddot{D}_i par les égalités suivantes :

(5)
$$\dot{D}_l = \sum_{i=1}^n \frac{t a_t (1 + r_l)^{-2t} (1 + r_0)^t e_{i0}}{V_t}$$

(6) $\ddot{D}_l = 2\dot{D}_l$

on obtient une expression de la dérivée totale 1 conforme à celle de l'équation 11 présentée dans le corps du texte.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARTUS P. — Peut-on utiliser la notion de duration stochastique pour évaluer le risque de taux d'intérêt en France? Note interne Banque de France, Direction Générale des Études, 1988.

BIERWAG G. — Duration analysis, managing interest rate risks. 1987.

COX J., INGERSOLL J. et ROSS S. — Duration and the measurement of basis risk, Journal of business, vol. 52, n° 1, 1979 et A theory of the term structure of interest rates, Econometrica, vol. 53, n° 2, 1985.

FISCHER L., WEIL R.L. — Coping with the risk of interest-rate fluctuations, Journal of business 44 (octobre), 1971.

GAAB W., GRANZIOL M. et HORNER M. — On some international parity conditions, European economic review, vol. 30, n° 3, 1986.

GRAMMATIKOS T., SAUNDERS A. et SWARY I. — Returns and risks of US bank foreign currency activities, Journal of finance, vol. 41, n° 3, 1986.

GURDEL E., PYLE D. — Banks Income taxes and interest rates risks management: a note, Journal of finance, vol. 39, n^o 4, 1984.

MACAULAY F. — Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields, stock prices in the US since 1856, New York, columbia press university, 1938

RAMASWAMY K. and SUNDARESAN S. — The valuation of floating rate instruments, Journal of financial economics, 17, 1986.

