

# UNE RÈGLE OPTIMALE POUR FIXER LES TAUX DE CONVERSION DES MONNAIES AU 1<sup>er</sup> JANVIER 1999

ANTOINE FRACHOT \*

Ce papier analyse les différentes règles qui ont été avancées pour la fixation des parités entre les monnaies de la future union monétaire. Notre but n'est pas de déterminer quelles sont les « justes » parités entre ces monnaies telles que l'analyse économique et l'étude des fondamentaux les révéleraient. Nous préférons plutôt nous concentrer sur les règles de conversion qui mèneront à ces parités et sur leur impact sur les marchés financiers le jour où une telle règle sera annoncée. En effet, il est bien connu que les marchés financiers peuvent être particulièrement volatiles notamment lorsque des décisions politiques sont attendues concernant les taux de change. Il est par conséquent important de toujours garder à l'esprit les possibles effets secondaires que le choix d'une règle pourrait entraîner.

A travers la notion de règle, nous faisons référence à l'« algorithme » dont l'application au 31 décembre 1998 donnera les taux de conversion entre les monnaies participantes. Ceci n'implique pas que ces parités soient connues à l'avance : une règle indique seulement comment on les fixera le moment voulu. Par exemple, l'Institut Monétaire Européen (i.e. la future Banque Centrale Européenne) a exprimé sa préférence pour une règle où le taux de conversion franc/mark (par exemple) serait calculé comme la moyenne des cours de marché sur une période donnée précédant le 1er janvier 1999. En revanche, la Banque de France semble lui préférer une règle où les taux de conversion seraient égaux aux cours pivots du SME.

Ces règles sont souvent présentées comme de pur choix politique sans conséquence particulière sur les marchés des changes sous prétexte que ceux-ci sont restés relativement stables depuis deux ans et que les courbes de taux d'intérêt des pays (dont la probabilité de participation est forte) se sont fortement rapprochées. Nous montrons ici que ces règles sont loin d'être équivalentes au regard de leur impact sur les

---

\* CREST-ENSAE. Je remercie Fabrice Charretour, Jean-Louis Nakamura, Frédéric Chauvel, Philippe Trainar et Jean-Paul Laurent pour leurs commentaires et critiques. Toutes les erreurs restantes sont les miennes.

marchés financiers et que, mal utilisées, certaines règles peuvent être déstabilisantes.

De plus, nous mettons en évidence qu'on peut construire une règle simple optimale au sens où, sous cette règle, la volatilité du taux de change s'annule et les courbes de taux d'intérêt sont « forcées » de converger l'une vers l'autre. D'une certaine façon, l'union monétaire se réalise avant la date prévue. L'intuition de cette règle est la suivante : le taux de conversion final franc/mark (par exemple) est calculé comme une valeur cible modifiée des écarts de taux d'intérêt entre la France et l'Allemagne entre le jour de l'annonce de la règle et le 1er janvier 1999. Plus précisément, un pays qui aurait eu à souffrir d'une sur-rémunération (i.e. un taux d'intérêt supérieur à celui des autres pays) bénéficierait in fine d'un avantage sous forme d'une dépréciation équivalente de sa monnaie. Du point de vue des investisseurs, le franc et le mark deviennent deux monnaies équivalentes puisque la sur-rémunération (respectivement sous-rémunération) de l'une des monnaies est compensée par une dépréciation (resp. appréciation) au 1er janvier 1999. Ainsi les placements financiers en franc ou en mark ont, de façon certaine, les mêmes rendements : le mark et le franc deviennent quasi substituables. Ce faisant, la volatilité du taux de change est nulle.

Le papier s'articule de la façon suivante. La section 2 examine les propriétés qu'on attend d'une bonne règle de conversion. La section 3 étudie comment les règles actuellement proposées répondent ou non à ces exigences. Enfin, en section 4, la règle optimale est exposée et la section 5 donne des éléments de conclusion.

### *Qu'est-ce qu'une « bonne » règle de conversion ?*

Nous commençons par une brève description de ce que doit être une bonne règle de conversion au regard de la stabilité des marchés financiers. Les conditions qu'elle doit remplir sont simples et intuitives et seront illustrées à travers la parité franc/mark afin de fixer les idées. Pour simplifier, FRF désigne le franc et DEM le mark.

#### *La règle doit être crédible*

La crédibilité de la règle dépend évidemment de la volonté affichée par les gouvernements pour appliquer cette règle au 1er janvier 1999. Encore faut-il que la règle soit conçue pour les inciter à la respecter. De fait, la règle ne doit pas contenir d'incitation à y déroger au dernier moment. En particulier, la règle doit être telle qu'elle minimise la probabilité d'atteindre des parités aberrantes que des gouvernements ne pourraient accepter. A cet égard, la « règle des taux de marché » qui consiste à prendre comme parité franc/mark la parité constatée sur les

marchés au 31 décembre 1998 est irréaliste car elle laisse la liberté au marché d'explorer des niveaux de taux de change franc/mark qu'aucun des deux pays concernés ne pourrait valider. Dès l'annonce de la règle, les marchés anticiperaient qu'elle ne sera probablement pas respectée. On conçoit qu'alors les marchés pourraient traduire cette faible crédibilité en forte volatilité.

*La règle doit pouvoir être « couverte »*

Cette condition est rarement mentionnée mais elle est importante. Elle impose simplement que les marchés doivent être technologiquement capables de gérer les conséquences de cette règle. Sinon, les arbitrages seront difficiles et le marché ne sera pas efficient. Par exemple, la « règle de la moyenne » présente ce type de défaut. En effet, les options et produits dérivés sur taux de change sont généralement évalués à partir de formule de type Black et Scholes (1973) (Garman et Kohlhagen (1983)) qui suppose implicitement que le prix du sous-jacent suit un Brownien géométrique. En pratique, le taux de change a donc une distribution log-normale. Or, mathématiquement, il est très difficile de manipuler des sommes de variables log-normales. Le calcul de prix de telles options nécessiteraient des calculs numériques lourds et les résultats théoriques dont on dispose ne sont pas encore bien connus<sup>1</sup> (voir Geman et Yor (1993) pour le premier résultat théorique sur ce problème).

181

En revanche, une telle règle fondée non pas sur la moyenne arithmétique mais plutôt géométrique poserait beaucoup moins de problèmes car, dit brutalement, « le produit de variables log-normales reste log-normal ».

*La règle doit être convergente*

On entend par là le fait que les taux de change de marché au 31 décembre 1998 doivent être identiques aux taux de conversion qui s'appliquent à partir du 1er janvier 1999. Cela ne signifie absolument pas que les marchés « dictent » aux gouvernements les taux de conversion à appliquer. Au contraire, une règle convergente contraint les marchés à se conformer aux choix des gouvernements. Les deux propriétés précédentes - crédibilité et couverture - sont à cet égard cruciales. Sans elles, la convergence peut ne pas être atteinte. En particulier, si les marchés anticipent qu'il n'y aura pas convergence, alors de fortes volatilités sont à craindre. Typiquement, la « règle discrétionnaire » où les gouvernements décident les taux de conversion le dernier jour et sans

1. Ce problème est moins crucial pour certains produits dérivés tels que les quanto et diffswaps (voir Frachot (1995)).

aucune annonce préalable doit être exclue. Si on choisissait cette règle, les spéculations sur ces taux seraient telles que la moindre déclaration politique dans les mois qui précèdent le 1er janvier 1999 aurait des effets violents sur les marchés.

*La règle doit stabiliser les marchés de change et de taux d'intérêt*

La convergence est nécessaire mais pas suffisante. Plus généralement, une bonne règle devrait minimiser la volatilité du change tout au long du chemin qui mène à la monnaie unique. Intuitivement, il faut utiliser la réduction d'incertitude induite par l'annonce d'une règle pour lisser toute la trajectoire du change et pas seulement son extrémité terminale. De plus, la stabilisation du change ne doit pas se trouver contradictoire avec la poursuite de la réduction des écarts de taux d'intérêt. S'il s'avérait nécessaire de maintenir ou de renforcer de forts écarts de taux d'intérêt pour empêcher le change de dériver, alors la pression politique qui en résulterait détruirait en partie la crédibilité de cette règle. La règle doit donc gérer au mieux le compromis entre stabilité du taux de change et convergence des politiques monétaires.

*La règle ne doit pas créer de discontinuités des cours le jour de son annonce*

182

Il y a clairement un risque de décrochement brutal des changes ou des taux d'intérêt le jour où on annonce publiquement la règle adoptée. Si, par exemple, on annonce une parité de 3,35 francs pour un mark pour le 1er janvier 1999 alors le cours actuel (aux alentours de 3,36/3,37) peut ne pas être compatible avec cette valeur et les configurations de taux d'intérêt courantes. Ceci résulte d'une simple application de la « parité couverte des taux d'intérêt » : si l'annonce de la règle implique des taux de conversion non compatibles avec les anticipations de marchés aujourd'hui, alors les marchés vont (brutalement) s'ajuster. Cela n'a pas d'importance en soi : quelques intervenants mal exposés auraient à en subir les conséquences. Toutefois, si le décrochement est trop brutal, le prix à payer pourrait se matérialiser par une prime de risque sur les marchés européens afin de rémunérer les incertitudes sur le processus de convergence vers la monnaie unique.

*Un réexamen des différentes règles*

Nous discutons ici les règles proposées jusqu'à présent à la lumière des critères définis à la section précédente.

*Quelques résultats préliminaires*

Il faut d'abord revenir sur les contraintes institutionnelles imposées par le Traité de Maastricht. Selon ce traité, la fixation des parités ne doit pas changer la valeur externe de l'ECU/euro. Concrètement, la valeur d'un ECU au 31 décembre 1998 en dollar doit être identique à celle de l'euro au 1er janvier 1999. L'ECU étant défini comme un panier de monnaies dont certaines ne participeront pas à la monnaie unique (au moins au 1er janvier 1999), il est techniquement difficile de raisonner en taux de conversion franc contre euro, mark contre euro etc. En effet, fixer le taux de conversion franc/euro impose, à cause de cet effet « panier », qu'on contraigne en même temps les futures parités entre les monnaies « outs » et l'euro.

Pour cette raison, on préfère raisonner en termes de taux de conversion bilatéraux, c'est-à-dire en taux de conversion franc/mark, franc/florin etc. (voir Brookes (1996)). Économiquement, cette approche est raisonnable. Il est en effet crucial qu'il n'y ait pas de distorsions des taux de change des monnaies entre elles au regard des fondamentaux de chaque pays d'autant plus que les taux de conversion seront fixés irrévocablement. L'ancrage avec l'extérieur, à travers la parité euro/dollar est imposé par le marché en vertu du traité mais pourra toujours être corrigée par le marché lui-même ou à défaut par la future Banque Centrale Européenne si les fondamentaux l'exigent.

183

Par conséquent, nous définirons une règle de conversion comme une méthode de fixation des parités bilatérales.

L'examen des règles nécessite de décrire sous quelles hypothèses les marchés fonctionnent. Les économistes font parfois des hypothèses très fortes sur la structure des anticipations, la forme des fonctions d'utilité ou encore sur l'aversion pour le risque des agents. Souvent, ces hypothèses sont si fortes qu'elles affaiblissent les conclusions qu'ils en tirent. Ici nous préférons ne garder que l'hypothèse suivante :

*Hypothèse : Les marchés financiers satisfont l'hypothèse d'absence d'arbitrage*

C'est une hypothèse importante qui stipule simplement qu'on ne peut pas s'assurer un gain positif sans prendre de risque et sans rien investir<sup>2</sup>. Dit autrement, tous les portefeuilles sans risque ont le même rendement. Cette hypothèse est le socle sur lequel reposent tous les méthodes d'évaluation de produits dérivés utilisées dans les banques et

2. La caractérisation mathématique de cette hypothèse est très loin d'être triviale et, curieusement, est souvent ignorée des économistes. Cette caractérisation sous forme de l'existence d'une mesure de probabilité dite risque-neutre a été dérivée par Harrison et Kreps (1979) et Harrison et Pliska (1981). Ces auteurs ont montré que cette hypothèse de non arbitrage était mathématiquement équivalente à l'existence d'une mesure de probabilité sous laquelle les prix actualisés des actifs sont martingales. Ils ont montré également que cette probabilité constituait le bon cadre d'analyse pour évaluer les actifs contingents.

dont l'exemple type est la formule de Black et Scholes (pour le marché actions) et la théorie de Heath, Jarrow et Morton (1992) (pour les taux d'intérêt). Il est intéressant de noter que cette hypothèse n'implique quasiment rien sur les préférences des agents ou sur leur aversion pour le risque. En particulier, nous ne supposons pas que les rendements anticipés sont égaux.

Pour préciser les notations, nous notons  $S(t)$  le taux de change franc/mark, c'est-à-dire la valeur en franc d'un mark à la date  $t$ . De plus,  $rFRF(t)$  (resp.  $rDEM(t)$ ) désigne le taux au jour le jour (annualisé) français (resp. allemand). L'écart de taux sera, pour faciliter les calculs, pris égal à :

$$sp = [1+rFRF/360]/[1+rDEM/360]-1.$$

La date  $t_0$  correspond au jour où la règle est annoncée et  $T$  à la date terminale (i.e., 1er janvier 1999). Nous définissons également la possible discontinuité du change le jour où la règle est annoncée par :

$$d = S(t_0+1) - S(t_0).$$

Enfin, la volatilité instantanée du taux de change est définie comme la racine carrée de la variance de  $S(t)$  conditionnellement à l'information disponible en  $t-1$ . Cette variance sera notée :

$$V_{t-1}(S(t))$$

L'un des critères définis plus haut étant la minimisation des fluctuations de change, nous utiliserons le résultat suivant qui caractérise l'état de « volatilité nulle » :

*Proposition 1 : Sous l'hypothèse 1, la volatilité instantanée du taux de change est nulle si et seulement si on a la relation suivante :*

$$S(t) = S(t-1) [1 + sp(t-1)]. \quad (1)$$

La démonstration est simple. L'investissement d'1 FRF sur le marché français en  $t-1$  rapporte  $1+rFRF(t-1)/360$  en  $t$ . Alternativement, 1 FRF converti en mark (i.e.,  $1 \text{ FRF} = 1/S(t-1) \text{ DEM}$ ) puis investi sur le marché allemand rapporte en  $t$  :

$$(1+rDEM(t-1)/360) S(t) / S(t-1).$$

Si on suppose qu'il n'y a pas de volatilité du change, ces deux investissements sont sans risque et ont donc, en vertu de l'hypothèse d'absence d'arbitrage, le même rendement :

$$1+rFRF(t-1)/360 = (1+rDEM(t-1)/360) S(t) / S(t-1)$$

ou encore :

$$S(t) = S(t-1) [1+sp(t-1)].$$

Inversement, si l'équation (1) est satisfaite, alors le taux de change en  $t$  ne dépend que l'information en  $t-1$  et sa volatilité est donc par définition égale à 0.

Cette proposition sera utile pour juger du caractère stabilisant d'une règle et pour construire une règle de volatilité nulle.

« Règle des taux de marché »

Selon cette règle, rien n'est annoncé aux marchés avant le 31 décembre 1998, date à laquelle les ministres des finances se réunissent et valident les taux de change constatés sur les marchés. Il est difficile de défendre une telle règle car elle rend probable de fortes fluctuations du change notamment lors des derniers mois. En effet, des niveaux de change aberrants peuvent être atteints et les marchés ne croiront jamais que les gouvernements ne seront pas tentés de modifier ces parités au dernier moment. Les banques centrales seraient alors obligées d'intervenir massivement sur les marchés afin de contrôler les taux de change, ce qui est incompatible avec une convergence des politiques monétaires entre elles.

« Règle d'une annonce anticipée des taux de conversion »

Cette règle consiste à annoncer par avance des taux de conversion (bilatéraux) donnés. Il semble que la Banque de France milite en faveur de cette règle en prenant comme taux de conversion les cours pivots au sein du SME. Ces taux seraient donc pré annoncés (probablement lorsque la liste des participants sera connue).

Sous l'hypothèse de crédibilité parfaite, l'avantage de cette règle est d'être convergente. En effet, une fois que les taux de conversion ont été annoncés, toute stratégie fondée sur des taux de conversion différents générerait des opportunités d'arbitrage. Les marchés financiers n'ont alors pas d'autres choix que de converger vers les taux de conversion annoncés. Cependant, ceci n'est vrai que si les taux de conversion sont parfaitement crédibles. Si un choc asymétrique survenait, les taux de conversion pourraient apparaître moins « justes » au regard des fondamentaux. La règle perdrait alors en crédibilité puisque les marchés pourraient soupçonner les gouvernements d'opter pour d'autres taux au dernier moment afin de tenir compte de cet éventuel choc asymétrique. D'une certaine façon, une fois annoncés, des taux de conversion fixes ne laissent plus aucune marge de manoeuvre aux gouvernements quels que soient les chocs reçus par leurs économies. Par conséquent, une telle règle ne doit pas être annoncée trop tôt afin de minimiser la probabilité de tels chocs.

Deuxièmement, la règle peut provoquer des discontinuités de cours le jour de son annonce si les anticipations du marché ne sont pas

compatibles avec ce qui est annoncé. Ces discontinuités concernent a priori les taux de change mais également les taux d'intérêt. Plus précisément, des ajustements seront nécessaires dès que les taux de conversion annoncés seront différents des taux de change à terme pour le 1er janvier 1999. Un raisonnement fondé sur la parité couverte des taux d'intérêt donne immédiatement :

$$S / S(t_0) = (1+rFRF(t_0,T)) / (1+rDEM(t_0,T))$$

où  $S$  est le taux de conversion<sup>3</sup> et  $rFRF(t_0,T)$  (resp.  $rDEM(t_0,T)$ ) désigne le taux d'intérêt (zéro-coupon) pour la période  $(t_0,T)$ . La question de savoir qui du taux de change ou des taux d'intérêt va s'ajuster reste ouverte. On admet parfois que la probabilité que cet ajustement concerne les taux de change est plus forte dans la mesure où les taux d'intérêt sont partiellement contrôlés par les banques centrales (pour les maturités courtes) et sont donc plus rigides (voir Brookes (1996)).

Dans tous les cas, une telle règle pourrait impliquer une correction le jour de son annonce et donc produire des niveaux de taux de change ou de taux d'intérêt indésirables. Certains investisseurs pourraient subir des pertes importantes et l'ensemble des marchés pourraient ensuite exiger une prime de risque pour rémunérer les incertitudes liées à l'ensemble du processus. Il faut toutefois relativiser ce danger dans la mesure où les configurations actuelles de taux de change et de taux d'intérêt sont telles que les discontinuités seraient peu élevées. De plus, pour éviter totalement ce risque, il suffit d'adopter comme taux de conversion les taux de change à terme pour le 1er janvier 1999 tels qu'ils apparaissent sur le marché le jour de l'annonce.

Enfin, il faut bien voir que cette règle n'implique pas que la volatilité du change s'annule. Si on applique la proposition 1 donnée plus haut, pour qu'il en soit ainsi, il faudrait que :

$$S(t_0+1) = S(t_0) [1+sp(t_0)]$$

$$S(T) = S(T-1) [1+sp(T-1)].$$

Par conséquent, il faudrait que les banques centrales s'engagent à conformer leur politique monétaire à ce système d'équations. Elles devraient donc perdre toute autonomie de leur politique monétaire si elle souhaitait minimiser les fluctuations de change. Ceci étant hautement improbable, les taux de change continueront de fluctuer au gré des anticipations de marché sur les écarts de taux d'intérêt entre les pays. La volatilité du change sera donc d'autant plus forte que les marchés anticiperont que les politiques monétaires s'écarteront du chemin décrit par le système ci-dessus.

3. Pour alléger les formules, les taux ne sont pas annualisés.

## « Règle de la moyenne »

Cette règle a été proposée et défendue par l'Institut Monétaire Européen. Elle consiste à prendre comme taux de conversion la moyenne des taux de change sur une période donnée. On conçoit généralement cette règle comme une tentative pour améliorer la règle des taux de marché décrite plus haut au sens où le calcul d'une moyenne permet de lisser les éventuelles aberrations du marché. Avant d'entrer plus avant dans les détails de cette règle, on peut faire les deux remarques suivantes. Premièrement, cette règle est certainement la plus difficile à manipuler et à couvrir pour les marchés financiers. Comme nous l'avons dit, les calculs d'options sont souvent effectués sous hypothèse de log normalité, hypothèse qui est incompatible avec une règle de la moyenne puisque la somme de lois log normales n'est pas log normale. Concrètement, les traders ne pourront pas utiliser leurs procédures et logiciels habituels pour évaluer des actifs dérivés liés aux taux de change. Au contraire, ils devront développer un cadre d'évaluation qui nécessite soit des calculs numériques lourds soit des raffinements théoriques encore peu connus (voir Geman et Yor (1995) pour le calcul de la transformée de Laplace du prix de tels actifs). Clairement, cet argument ne suffit pas pour rejeter cette règle car les marchés financiers ont déjà prouvé qu'ils étaient capables de s'adapter à toutes sortes de difficultés théoriques. Cet argument mérite toutefois de ne pas être oublié. Incidemment, l'utilisation d'une moyenne géométrique ne pose pas de tels problèmes car les variables log-normales (indépendantes) restent log-normales lorsqu'on les multiplie entre elles. Ceci suffit pour pouvoir utiliser l'artillerie usuelle à base de formules de Black et Scholes.

187

En second lieu, il faut remarquer qu'une moyenne arithmétique de taux de change n'est pas symétrique : si la parité franc/mark est calculé comme la moyenne des taux de change franc/mark alors la parité mark/franc n'est pas la moyenne des taux de change mark/franc. Plus précisément, en notant  $t_{inf}$  et  $t_{sup}$  les bornes de l'intervalle sur lequel la moyenne est calculée, l'inégalité de Jensen montre que :

$$S(T) = \frac{1}{t_{sup} - t_{inf}} \sum_{t=t_{inf}+1}^{t_{sup}} S(t) \Rightarrow 1/S(T) < \frac{1}{t_{sup} - t_{inf}} \sum_{t=t_{inf}+1}^{t_{sup}} 1/S(t)$$

Ceci implique que tous les calculs devront être effectués en référence à une monnaie particulière. Outre les susceptibilités qu'une telle référence générerait, il y aura toujours un pays pour lequel une autre référence aurait donné un taux de conversion plus favorable. Une fois de plus, une moyenne géométrique pose beaucoup moins de problème

car, dans ce cas, la règle retrouve sa symétrie : les calculs deviennent indépendants de la monnaie de référence choisie <sup>4</sup>.

Enfin, cette règle pose d'autres problèmes qui tiennent à la stabilité des marchés. Par exemple, une règle où la moyenne est calculée sur 3 ans est souvent proposée ; elle correspondrait à  $t_{inf} = 1$ er janvier 1996,  $t_{sup} = 1$ er janvier 1999 et  $T = 1$ er janvier 1999. Pour connaître à quelle condition on atteindrait l'état de « zéro volatilité » pour le taux de change, il suffit d'appliquer de nouveau la proposition 1 avec la condition terminale :

$$S(T) = \frac{1}{t_{sup} - t_{inf}} \sum_{t=t_{inf}+1}^{t_{sup}} S(t)$$

La contrainte ainsi obtenue dépend de la position de l'annonce (i.e.,  $t_0$ ) par rapport au début de la période de calcul (i.e.,  $t_{inf}$ ). On peut se reporter à Frachot (1997) pour l'ensemble des calculs. A nouveau, cette condition impose des contraintes beaucoup trop fortes sur la politique monétaire pour qu'elles aient une chance d'être satisfaites. Par conséquent, le taux de change reste volatile sous cette règle.

De plus, on peut même montrer que certaines politiques monétaires seraient clairement incompatibles avec cette règle. Considérons par exemple le cas où la Banque de France annonce que ses taux directeurs resteront à quelques points de base au-dessus des taux allemands jusqu'à la fin. Paradoxalement, cet engagement est incompatible avec une telle règle où le calcul de la moyenne débute après l'annonce (par exemple, on annonce le 1er janvier 1998 que la moyenne sera calculée sur les 6 derniers mois, soit du 1er juillet au 31 décembre 1998). Frachot (1997) prouve que les marchés seraient incapables de trouver un équilibre ce qui induirait de grosses discontinuités le jour de l'annonce. De Grauwe (1996) confirme à l'aide de simulations que la règle de la moyenne est susceptible de générer des volatilités significatives du taux de change.

## Une règle optimale

### L'intuition

La section précédente a passé en revue les avantages et inconvénients des règles déjà proposées. De fait, aucune ne peut prétendre à l'optimalité au sens où aucune n'implique que la volatilité du taux de change soit minimale sauf à contraindre fortement les politiques monétaires sui-

4. Avec nos notations, la moyenne géométrique s'écrit :

$$\ln(S(T)) = \frac{1}{t_{sup} - t_{inf}} \sum_{t=t_{inf}+1}^{t_{sup}} \ln(S(t))$$

vies. Nous proposons ici une règle qui assure que la volatilité instantanée du taux de change est nulle du jour de son annonce et jusqu'au 1er janvier 1999 sans avoir à imposer de contraintes sur les politiques monétaires. Cela ne signifie pas que le taux de change ne bouge pas d'un jour à l'autre : sous cette règle, il peut varier mais ses variations résultent directement des mouvements de taux d'intérêt des banques centrales. Le taux de change perd sa volatilité intrinsèque et, autrement dit, les chocs sur les marchés n'influencent plus les taux de change : seules les banques centrales ont la possibilité de faire bouger le taux de change.

Comme nous allons le voir, il est paradoxal de constater que la règle qui assure la nullité de la volatilité du taux de change n'est pas la règle qui fixe par avance les taux de conversion. Il reste dans la règle que nous allons décrire un élément d'incertitude sur les taux de conversion finaux.

L'intuition de cette règle est simple. Si on veut lisser au maximum les fluctuations du change, c'est qu'on souhaite d'une certaine façon atteindre ou tout au moins s'approcher de la monnaie unique avant le terme prévu. Que signifie « s'approcher de la monnaie unique » ? Concrètement, on peut décrire cela comme un état où les marchés considéreraient le franc et le mark comme deux monnaies (quasi) substituables. Précisément, la règle doit assurer que deux investissements, l'un en franc et l'autre en mark, sont équivalents. La différence de rendement entre deux tels investissements se décompose en deux sources : les écarts de rémunération des monnaies (i.e. les taux d'intérêt) et la variation du taux de change. La solution est d'annoncer que le taux de conversion franc/mark sera égal à une cible fixe (par exemple 3,35 francs pour un mark) corrigée des écarts de taux d'intérêt (au jour le jour) entre la France et l'Allemagne.

189

De cette façon, la règle garantit que, si une monnaie a bénéficié d'une sur rémunération avant le 1er janvier 1999 (i.e. de taux d'intérêt plus élevé), alors elle bénéficiera d'une dépréciation équivalente au moment de la conversion. Ainsi, le rendement total d'un placement en franc devient équivalent au rendement d'un placement en mark car ce qu'on gagne d'un côté (par exemple par des taux d'intérêt plus élevés) est perdu de l'autre (par une dépréciation finale). Au total, investir en franc ou en mark devient équivalent : le franc et le mark sont des (quasi) substituts et les fluctuations du change sont minimales.

### *Les calculs*

La traduction mathématique de l'intuition donnée précédemment est simple.  $rFRF(s)$  et  $rDEM(s)$  désignent les taux au jour le jour pour le franc et le mark et  $S$  une cible pour le taux de change (par exemple mais pas nécessairement  $S = 3.35$ ). La préannonce de taux de conversion fixe

consisterait, à ce stade, à annoncer cette cible. Ici nous corrigeons simplement cette règle par les écarts de taux d'intérêt entre la France et l'Allemagne entre la date de l'annonce  $t_0$  et la date terminale  $T = 1$ er janvier 1999 :

$$S(T) = S \cdot \prod_{s=t_0}^{T-1} \frac{1 + rFRF(s)/360}{1 + rDEM(s)/360}$$

Avant d'examiner ses propriétés, nous pouvons faire quelques remarques. En premier lieu, les taux de conversion restent inconnus jusqu'à la fin du processus, c'est-à-dire jusqu'au 31 décembre 1998 car les banques centrales restent libres de modifier leur politique monétaire. Deuxièmement, cette règle est complètement symétrique au sens où sa forme multiplicative permet d'aboutir à des valeurs de taux de conversion identiques quelle que soit la monnaie de référence utilisée pour le calcul.

Toutefois, sa propriété la plus importante est que la volatilité du taux de change est, en théorie, totalement éliminée :

*Proposition 2 : Sous la règle optimale, la volatilité en  $t$  du taux de change est égale à 0.*

190

La preuve est simple et ne nécessite aucune hypothèse supplémentaire à l'exception de l'hypothèse de non arbitrage. La première étape consiste à calculer comment le taux de change de la date  $T-1$  doit se déterminer. A cette date, on observe les taux d'intérêt au jour le jour pour la période  $T-1$  et  $T$ . Par application de la règle de conversion, on sait à ce moment quelle sera la valeur du taux de conversion. Il n'y a donc plus aucune incertitude. Placer 1 FRF sur le marché français ou sur le marché allemand doit être parfaitement équivalent sous peine de créer des arbitrages profitables. Les rendements de ces deux stratégies sont donc égaux, ce qui se traduit par :

$$1 + rFRF(T-1)/360 = (1 + rDEM(T-1)/360) S(T) / S(T-1)$$

Il suffit alors de remplacer  $S(T)$  par sa valeur telle qu'elle est donnée par la règle de conversion pour obtenir la valeur de  $S(T-1)$  sur laquelle le marché va s'accorder :

$$S(T) = S \cdot \prod_{s=t_0}^{T-2} \frac{1 + rFRF(s)/360}{1 + rDEM(s)/360}$$

ce qui est exactement identique à la formule du taux de conversion mais transposée à la date précédente. Il est alors facile de comprendre qu'on puisse refaire le même raisonnement à la date  $T-2$  et aboutir de proche en proche à la proposition suivante :

*Proposition 3 : Sous la règle optimale, le taux de change n'a plus de volatilité : sa valeur en t est donc prévisible dès t-1 et est nécessairement donnée par :*

$$S(t) = S \cdot \prod_{s=t-1}^{t-1} \frac{1 + rFRF(s)/360}{1 + rDEM(s)/360}$$

Cette proposition permet d'éclaircir pourquoi le taux de change peut avoir une volatilité nulle et varier d'un jour à l'autre. En effet, les seules variations possibles du change sont entièrement réductibles aux changements de politique monétaire : le marché en lui-même ne contribue pas aux mouvements de change. C'est en ce sens qu'on peut parler de volatilité nulle. La connaissance de la règle par les traders « force » ces derniers à s'accorder sur la valeur du taux de change donnée par la proposition 3 *quelles que soient leurs préférences, leur aversion pour le risque ou leurs anticipations.*

Par ailleurs, il est facile de voir que notre règle est l'unique règle qui permet d'annuler cette volatilité sans imposer aucune contrainte sur la politique monétaire.

Cette règle a d'autres propriétés qui justifient encore sa dénomination de règle optimale.

#### *Quelques propriétés de la règle*

On peut remarquer en premier lieu que la règle ne conduit pas à de fortes discontinuités des cours le jour où elle est annoncée. Il suffit pour cela d'appliquer la proposition 3 pour la date  $t_0+1$ . Le taux de change est alors exactement égal à la cible  $S$ . La discontinuité de change qu'on devrait observer est alors :

$$d = S - S(t_0)$$

qui est indépendante des courbes de taux courantes. Ainsi, la discontinuité ne dépend pas du degré de convergence des taux d'intérêt entre les pays et donc resterait raisonnable même pour les pays dont le courbe des taux est éloignée de celle des autres. Pour qu'il en soit réellement ainsi, il suffit de prendre comme cible le taux de change courant : la discontinuité est alors exactement égale à zéro. Cependant, même en prenant une cible égale au cours pivot du SME, la discontinuité reste très faible car la plupart des monnaies cote actuellement à des niveaux proches de leur cours pivot.

Ainsi, on voit que, de ce point de vue, la règle optimale est très proche de la règle d'annonce anticipée des taux de conversion mais uniquement pour les monnaies dont les courbes de taux ont suffisamment convergé entre elles.

En deuxième lieu, nous avons mentionné que les banques centrales avaient toute liberté pour leur politique monétaire et, d'après la propo-

sition 3, un contrôle total et immédiat du taux de change. D'une certaine façon, on transfère du marché vers les banques centrales le pouvoir de fixer les taux de change. Toutefois, les banques centrales sont incitées et ont la possibilité de faire converger leur politique monétaire. Cette incitation existe pour deux raisons. La première tient à l'annulation de la volatilité du change et donc de la prime de risque liée à une éventuelle dépréciation du change. L'écart de taux d'intérêt positif franco-allemand s'explique en grande partie à partir de cette prime de risque qui n'a plus lieu d'être dès que le marché n'a plus d'influence sur le taux de change. La deuxième raison découle du lien entre taux de conversion final et écart de taux d'intérêt. D'après la formule de la proposition 3, une banque centrale qui maintient un écart de taux d'intérêt positif avec (par exemple) l'Allemagne voit le taux de change de sa monnaie se déprécier. En effet, ceci est logique puisque la règle est conçue pour compenser une éventuelle sur-rémunération d'une monnaie par rapport à une autre<sup>5</sup>. Par conséquent, une banque centrale soucieuse de la valeur externe de sa monnaie est incitée à ne pas maintenir plus que nécessaire un écart de taux d'intérêt positif avec les autres pays. Inversement, une banque centrale qui souhaiterait apprécier sa monnaie devrait *baisser* ses taux d'intérêt au-dessous de ceux des autres et ne pourrait le faire que si cet objectif n'entre pas en conflit avec son objectif de stabilité de la valeur interne de la monnaie. Au total, il apparaît que les banques centrales sont incitées à faire converger leur politique monétaire dès que le taux de change atteint la valeur souhaitée. Pour cela, il suffit donc de nouveau de bien choisir les cibles : dans la mesure où les cours pivots semblent rassembler un large consensus, des cibles proches de ces cours pivots comme les taux de change courants pourraient être appropriées.

Enfin, dès que les écarts de taux d'intérêt deviennent nuls, la proposition 3 montre que le taux de change ne varie plus et reste fixe tant que ces écarts demeurent égaux à zéro. De plus, une fois le taux de change fixe, les deux monnaies sont substituables et, par conséquent, les deux courbes par terme de taux d'intérêt deviennent identiques.

La règle qui sera choisie pour fixer les parités bilatérales au 1er janvier 1999 est importante et a des conséquences sur le fonctionnement des marchés financiers. À la lumière de nos discussions, la règle de la moyenne des taux de change pourrait induire de la volatilité non désirée. À cet égard, la règle d'annonce anticipée des taux de conversion

5. La règle optimale impose que l'hypothèse de parité non couverte des taux d'intérêt soit vérifiée (voir Frachot (1996)).

pose moins de problèmes mais rien n'empêche la volatilité du change d'être importante. De plus, elle peut conduire à des sauts de change ou de taux d'intérêt le jour où ces taux de conversion sont annoncés.

Par ailleurs, nous avons montré qu'une règle optimale pouvait être construite à partir de la règle d'annonce anticipée des taux de conversion. Cette règle assure que le marché n'a plus d'influence sur le taux de change : seules les banques centrales ont le pouvoir de le faire varier. Outre la stabilisation du change qu'elle procure dès aujourd'hui, cette règle incite les banques centrales à faire converger leur politique monétaire.

Pour certains pays dont les politiques monétaires sont déjà proches, cette règle ne donnera pas des résultats significativement différents de la règle d'annonce anticipée des taux de conversion. En revanche, la règle optimale apporte une sorte d'assurance contre les fluctuations du marché. De plus, elle serait très précieuse pour les pays susceptibles de participer à la monnaie unique mais dont les taux d'intérêt sont significativement supérieurs aux autres : ces pays pourraient immédiatement baisser leur taux d'intérêt jusqu'au niveau des autres sans que leur taux de change en soit affecté. Ceci n'est évidemment pas le cas la règle d'annonce anticipée des taux de conversion.

Toutefois, toutes ces discussions ont été menées dans le cadre d'une crédibilité parfaite de la date du 1er janvier 1999. Il est donc nécessaire de s'interroger sur la robustesse des règles étudiées ici face à l'annonce d'un report de la monnaie unique à une date ultérieure. Des travaux futurs montreront que la règle optimale présentée ici conserve tous ses avantages quelles que soient les anticipations du marché sur cette date. La règle optimale est d'ailleurs la seule règle sous laquelle un report de la monnaie unique n'aurait aucune conséquence sur les taux de change.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- D. Begg, F. Giavazzi, J. Von Hagen et C. Wyplosz (1997) : « EMU: Getting the End -game Right ». CEPR.
- F. Black et M. Scholes (1973) : « The Pricing of Options and Corporate Liabilities ». *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
- M. Brookes (1996) : « Fixing the Entry Rates for EMU ». Goldman Sachs, Novembre 1996.
- P De Grauwe (1996) : « How to Fix Conversion Rates at the Start of EMU ». Document de travail CEPR, 1530.
- A. Frachot (1995) : « Factor Models of Domestic and Foreign Interest Rates with Stochastic Volatilities ». *Mathematical Finance*, 5, 167-185.
- A. Frachot (1996) : « A Reexamination of the Uncovered Interest Rate Parity Hypothesis ». *Journal of International Money and Finance*, 3, 419-437.
- A. Frachot (1997) : « An Optimal Rule for Fixing Conversion Rates at the Start of EMU ». Document de travail, ENSAE-CREST.
- M. Garman et S. Kohlhagen (1983) : « Foreign Currency Option Values ». *Journal of International Money and Finance*, 2, 211-237.
- H. Geman et M. Yor (1993) : « Bessel Processes, Asian Options and Perpetuities ». *Mathematical Finance*, 3.
- J. Harrison et D. Kreps (1979) : « Martingales and Multiperiod Securities Markets ». *Journal of Economic Theory*, 20, 381-408.
- J. Harrison et S. Pliska (1981) : « Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading ». *Stochastic Processes and their Applications*, 11, 215-260.
- D. Heath, R. Jarrow et A. Morton (1992) : « Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation. *Econometrica*, 60, 77-106.