

Les outils modernes de gestion et le krach boursier d'octobre 1987

Bertrand JACQUILLAT

Professeur à l'Université de Paris-Dauphine et Associés en Finance

Beaucoup d'explications ont été données à la crise boursière d'octobre 1987, caractérisée à la fois par son ampleur et sa brutalité. Elle est intervenue dans un contexte de globalisation des marchés financiers, qui a favorisé sa transmission internationale instantanée, et de prolifération des nouveaux produits et marchés financiers. Les nouvelles technologies modernes de traitement et de transmission de l'information — les ordinateurs, pour ne pas les nommer — ont conduit à l'émergence de certaines techniques de gestion qui ont été largement mises en cause.

85

Il est regrettable qu'il ait fallu que les opérateurs et les investisseurs soient aussi durement frappés pour qu'ils reviennent à une perception plus saine des choses, c'est-à-dire à une appréciation plus juste des risques. Les règles de gestion que d'aucuns suivaient privilégiaient implicitement la recherche presque exclusive de la rentabilité sans grande préoccupation du risque.

L'analyse qui suit est centrée sur la théorie du risque. S'adressant à un public français, elle est interprétée et analysée avec des données boursières exclusivement françaises. Elle pourrait tout aussi bien être appliquée à la plupart des marchés financiers étrangers¹.

La théorie du risque est d'abord replacée dans le cadre des styles de gestion de portefeuille qui s'appliquent à travers le monde et qui utilisent tous, sous une forme ou sous une autre, de puissants outils de recueil et de traitement de l'information. L'accent est ensuite mis sur le style de gestion active, avec le modèle d'équilibre des actifs financiers et le concept de droite de marché comme outil de gestion intégrée. Les différents paramètres de risque de ce modèle sont ensuite

Je remercie Hubert Jousset, Nathalie Boulefort et Catherine Chavarot pour leurs commentaires et Sylvie de Laguiche pour son assistance.

¹ — Voir notamment Jahnke (1987) pour le marché américain.

1/LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIVITÉS FINANCIÈRES

chiffrés jusqu'au mois d'octobre 1987. Les résultats montrent que plusieurs facteurs permettent d'expliquer le krach boursier : dès août 1987, les analystes financiers ont révisé à la baisse les prévisions de croissance à moyen terme des bénéficiaires des sociétés françaises de manière significative. Au niveau qu'il avait atteint, le marché était devenu très risqué ; la prime de risque et l'écart entre les taux de rentabilité actuarielle des actions et des obligations étaient à leurs niveaux historiquement les plus bas. Les simulations actuarielles qui sont ensuite présentées montrent le potentiel important de baisse que pouvait entraîner toute modification, même faible, des exigences de rendement et la reconstitution de la prime de risque. Ces différents paramètres sont enfin intégrés dans un modèle d'*asset* (actif) *mix optimal* qui montre comment il aurait pu en être tenu compte au niveau de la composition d'un portefeuille entre actions et obligations.

PRATIQUES ET CONCEPTS DE LA GESTION DE PORTEFEUILLE

Il existe *grasso modo* trois styles de gestion de portefeuille.

GESTION INDICIAIRE : DUPLIQUER EXACTEMENT UN CERTAIN INDICE

La gestion indiciaire se fixe pour objectif de dupliquer exactement un certain indice. Le succès remporté par ce type de gestion, notamment dans les pays anglo-saxons, est lié au concept d'efficience des marchés financiers et à sa confirmation dans les faits. L'avantage de cette gestion est double : comme le gérant ne fait aucun pari, la performance brute de sa gestion est très proche de celle de l'indice qu'il cherche à dupliquer. Par ailleurs, cette forme de gestion n'exigeant pas de compétence particulière, sinon de la rigueur statistique, et ne générant que très peu de transactions, les coûts de transactions et les frais de gestion qui lui sont associés sont très faibles. Aussi, la performance nette pour l'investisseur est très proche de la performance brute réalisée par le gérant.

ASSURANCE DE PORTEFEUILLE : LIMITER LA BAISSÉ DE CELUI-CI TOUT EN PROFITANT D'UNE HAUSSE DE LA BOURSE

L'assurance de portefeuille — *Portfolio insurance* — est une technique de gestion visant à limiter la baisse d'un portefeuille à un certain plancher, tout en faisant profiter le client d'une hausse de la bourse. Elle n'est pas une assurance au sens propre du terme, qui garantirait contractuellement un certain résultat. Elle constitue pour ceux qui la proposent une obligation de moyens de répliquer le profil de gains d'un « put synthétique »² dont la date d'exercice est l'horizon de placement de l'investisseur. Cette duplication est obtenue par une régulation dynamique des proportions investies en actions et en bons du Trésor. Ces proportions, au lieu d'être figées une fois pour toutes, varient au fil du temps ; elles sont fonction du plancher de baisse maximale proposé à l'investisseur, de la volatilité du marché des actions, du niveau des taux d'intérêt, de la liquidité des valeurs et des frais de transactions, et bien entendu de l'évolution de l'indice des actions pendant la période de placement.

La proportion investie en actions augmente avec la hausse de celles-ci et diminue avec leur baisse. Aussi, la brutalité du krach boursier d'octobre 1987 a été attribuée à ce type de gestion, qui dans ces circonstances exceptionnelles n'a pu d'ailleurs tout à fait respecter les planchers sur lesquels il s'était engagé.

2— Sur le concept de put synthétique, voir *Associés en Finance* (1987).

GESTION DYNAMIQUE OU ACTIVE : PRENDRE DES PARIS ET INVESTIR

La gestion dynamique ou active consiste à prendre des paris et à investir dans des proportions qui ne sont pas celles d'un indice. Dans le cadre international, la gestion active consiste d'abord à répartir les fonds entre les principales monnaies et marchés financiers. Dans le cadre national, elle porte à la fois sur la répartition du portefeuille en classe d'actifs — pour simplifier entre actions et obligations — et sur la sélection des titres à l'intérieur de chacune des classes. Une gestion active est performante lorsque les gérants ont des capacités supérieures dans l'un ou plusieurs de ces types de décisions.

LES PARAMÈTRES DE LA GESTION ACTIVE

Selon la théorie moderne de la finance, l'action n'est qu'un actif financier que l'on peut arbitrer à tout moment sur les marchés contre d'autres actifs financiers. Elle ne vaut que par ce qu'elle rapporte en comparaison avec ce que rapportent les autres actifs. Sur un marché concurrentiel et efficient, les prix des actifs s'établissent de façon telle que les rentabilités anticipées sont proportionnelles aux risques perçus. Il s'agit là d'un principe normatif qui s'écarte nécessairement d'une réalité plus imparfaite et plus complexe, mais qui doit rendre compte des mécanismes d'ajustement sur le marché. Un grand nombre d'opérateurs peuvent fort bien ignorer son existence tout en ajustant, sans le savoir, leurs décisions selon le schéma prévu.

La droite de marché

Un modèle permet de rendre compte de manière synthétique de la relation d'équilibre entre la rentabilité et le risque de chaque actif et donc de la rémunération pour le risque offerte par l'ensemble du marché financier : c'est celui de la droite de marché³. Il sert aux gérants de gestion active au niveau de chacune des deux étapes de leur processus de décision : la composition de leur portefeuille par catégorie d'actifs et la sélection des actions. Toutes choses étant égales par ailleurs, une prime de risque élevée — c'est-à-dire un différentiel de taux de rentabilité anticipé entre les actions plus risquées et les actions moins risquées — indique une rémunération substantielle pour la prise de risque. Pour ce qui concerne le choix des titres, le gérant privilégiera ceux qui apparaissent comme sous-évalués. La position de ces titres se situe au-dessus de la droite de marché, c'est-à-dire que leur taux de rentabilité actuarielle est supérieur à leur taux d'équilibre, compte tenu de leur risque.

La rentabilité actuarielle d'un titre s'obtient en recherchant le taux d'actualisation qui rend la valeur actuelle de tous ses flux futurs — les dividendes — égale au prix du titre sur le marché. Le cours d'un titre est donc fonction des bénéfices, de leur croissance attendue et du taux de distribution. A l'équilibre, le taux de rentabilité actuariel qui rend la valeur actuelle de tous les flux futurs égale au cours est proportionnel au risque perçu.

CARACTÉRISTIQUES DE LA DROITE DE MARCHÉ À LA VEILLE DU KRACH BOURSIER

Les cours des actions sont donc fonction des anticipations que forment à un moment donné les investisseurs quant aux perspectives bénéficiaires des sociétés, et des flux de dividendes qu'ils en escomptent. Ces anticipations se traduisent par une exigence de rentabilité qui est proportionnelle au risque perçu et qui dépend de

3 — On trouvera dans Jacquillat et Solnik (1988) des développements sur le « Modèle d'équilibre des actifs financiers » et dans Jacquillat (1987) un exposé sur la « méthode de construction de la droite de marché ».

1/LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIVITÉS FINANCIÈRES

l'aversion plus ou moins grande qu'ont les investisseurs vis-à-vis du risque.

Nous examinons ci-après deux des éléments qui concourent au niveau des cours : les bénéfices et dividendes anticipés d'une part, la rémunération qu'offraient début octobre 1987 les actions en tant que telles et relativement à d'autres actifs d'autre part. Une révision des anticipations des premiers et des exigences quant à la seconde expliquent l'importance de la baisse⁴.

Le krach boursier du mois d'octobre est-il dû à une révision drastique des investisseurs quant aux perspectives bénéficiaires des sociétés et à leurs flux de dividendes anticipés ? En partie, semble-t-il (*voir tableau ci dessous*). Au cours des dix premiers mois de 1987, les analystes ont révisé en baisse leurs estimations des bénéfices 1987 des sociétés françaises de 2 %, notamment à partir du mois de juillet. Pour ce qui est des années ultérieures et de la croissance à deux ou cinq ans des bénéfices, l'estimation de la croissance annuelle est passée de 12,5 % à 11,4 %, cette baisse se produisant essentiellement à partir du mois d'août. Actuariellement, une baisse de 1 % de la croissance des flux se traduit par une baisse des cours proche de 10 %, compte tenu des niveaux que ceux-ci avaient atteint le 17 octobre (indice CAC à 369.6).

RÉVISION DES PRÉVISIONS DES ANALYSTES FINANCIERS EN 1987

	Moyenne des révisions des bénéfices estimés 1987	Estimation de la croissance moyen terme des bénéfices
Janvier	+ 0.4	12,5
Février	- 0.8	12,6
Mars	- 0.8	12,5
Avril	+ 0.4	12,5
Mai	+ 0.6	12,4
Juin	+ 0.6	12,5
Juillet	- 1.0	12,4
Août	- 0.8	11,4
Septembre	- 0.2	11,4
Octobre	- 0.4	11,4

Source :
Associés en Finance,

Le krach boursier d'octobre 1987 avait été précédé d'une baisse de près de 15 % de l'indice CAC entre avril et octobre. Ce premier coup de semonce peut en partie s'expliquer par la révision significative faite par les analystes financiers des perspectives bénéficiaires des sociétés.

Le décrochage important et brutal des cours à partir du 19 octobre s'explique par une rémunération insuffisante du risque actions relativement à celle d'autres actifs. C'est en retraçant l'évolution de certains paramètres (*voir tableau page suivante*) que l'on peut répondre à cette question de manière aussi péremptoire. La prime de risque représente la différence de rentabilité actuarielle anticipée qui existe entre les actifs risqués et les actifs moins risqués. Plus elle est élevée, plus la rémunération pour le risque est importante, et plus grand est l'intérêt de se porter sur les actifs risqués par rapport aux actifs non risqués.

Entre 1978 et 1987, la prime de risque a oscillé entre un plus bas de 0,17 % et un plus haut de 6,20 %. Elle a été en moyenne de 2,40 % sur l'ensemble de la période et était déjà en dessous de cette moyenne historique en octobre 1986. Elle

⁴— On trouvera dans Jousset (1988) un exemple précis d'utilisation de la droite de marché pour apprécier la performance d'un seul titre — et non pas d'un ensemble de titres — qui permet d'expliquer le comportement relatif de Saint-Gobain par rapport à celui du marché dans l'année qui a suivi sa privatisation.

CARACTÉRISTIQUES DE LA DROITE DE MARCHÉ

(en pourcentage)	Taux de rentabilité actions (I)	Taux de rendement obligations (II)	Différence (I) — (II)	Prime de risque
Oct. 86	12,40	9,23	3,15	1,89
Nov. 86	12,30	9,38	2,88	1,73
Déc. 86	12,90	9,57	2,33	1,07
Jan. 87	11,97	9,36	2,61	0,88
Fév. 87	12,06	9,77	2,29	0,72
Mar. 87	11,77	9,34	2,43	0,31
Avr. 87	11,80	9,44	2,36	0,17
Mai 87	12,19	9,62	2,57	0,51
Juin 87	12,53	10,12	2,41	0,99
Juil. 87	12,52	10,24	2,28	0,65
Août 87	12,53	10,69	1,84	0,44
Sept. 87	12,46	10,93	1,53	0,60
1978-1987				
Moyenne	17,44	12,66	4,80	2,40
Ecart type	3,25	2,47	1,37	1,35
Minima	11,77	8,12	1,40	0,17
Maxima	24,10	17,40	7,70	6,20

Source :
Associés en Finance,
service droite de marché.

était tombée à un niveau alarmant à partir de décembre 1986 et avait continué à baisser en 1987 pour atteindre un plus bas dès avril 1987. La prime de risque était de 0,60 % à la fin du mois de septembre.

La différence de rémunération qui existe entre les actions et les obligations (voir tableau page suivante), constitue une autre mesure de l'attrait des actions. La détérioration est nette et ce, tout au long de l'année 1987. Cette différence qui a été de 4,80 % en moyenne de 1978 à 1987 n'était plus que de 2,61 % au début de 1987 et de 1,53 % à la veille du krach, à cause d'une lente remontée des taux tout au long de l'année 1987.

Ce bas niveau de l'écart entre les taux de rentabilité actuariels des actions et des obligations était d'autant plus inquiétant que les taux de rendement actuariels des obligations étaient devenus particulièrement volatils depuis 1986. L'écart type hebdomadaire des taux de rendement actuariels des obligations, qui était de 0,33 % en 1985 (pour des niveaux moyens de taux de rendement actuariels R de 10,95 %), était passé à 0,82 % en 1986 (R = 8,44 %) et à 0,72 % en 1987 (R = 9,27 %).

Ces mesures ne donnent pas d'indication sur le moment où vont se produire de brusques décalages. Elles n'en sont pas moins des indicateurs très utiles quant au risque d'un marché. Le marché de Paris, comme les marchés étrangers, était devenu très risqué dès le début de l'année 1987.

RISQUE, TAUX D'ACTUALISATION ET ÉCARTS DE TAUX

Nous procédons ici à trois simulations actuarielles, compte tenu des taux en vigueur au début du mois d'octobre 1987.

La première porte sur la sensibilité de l'indice à une variation de la différence entre la rentabilité actuarielle des actions (R) et le taux de croissance des bénéfices et des dividendes (g). Cet écart (R - g) était devenu extrêmement réduit. Toute

1/LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIVITÉS FINANCIÈRES

modification ne pouvait aller que dans le sens de son accroissement. Même léger, celui-ci ne pouvait aboutir qu'à une chute marquée du marché des actions.

Les deux simulations suivantes confirment ce premier résultat. La première montre que, pour un écart-type donné de cette différence ($R - g$), l'écart-type des variations des cours des titres sera d'autant plus important que le niveau de l'écart initial est bas. La seconde montre que, pour un niveau donné de différence initiale, l'écart-type des taux de rentabilité boursiers varie avec l'écart-type de ($R - g$).

Nous indiquons ici (*voir tableau ci-dessous*) la valeur de l'indice CAC pour différents niveaux de ($R - g$). Avec un dividende estimé de 7,6 francs par action au titre de l'année 1987 et un taux de croissance nominale des dividendes de 10,4 % par an, le niveau de l'indice CAC varie entre 95 et 760 lorsque l'on fait varier l'écart ($R - g$) de 8 % à 1 %. Il est clair que la valeur des actions est extrêmement sensible au niveau du taux d'actualisation ; elle l'est d'autant plus que ce niveau est faible. En effet, une hausse du taux d'actualisation de 12,4 % à 13,4 % entraîne une baisse de l'indice du niveau 381 au niveau 253, soit une baisse de 33,34 %.

SENSIBILITÉ DE L'INDICE CAC À UNE VARIATION DE L'ÉCART ENTRE LA RENTABILITÉ ACTUARIELLE DES ACTIONS ET LE TAUX DE CROISSANCE DES DIVIDENDES

Indice CAC	R	Écart ($R - g$) ¹	PER	Rnt brut anticipé (en %)
95,00	18,40	8,00	3,26	8,00
108,60	17,40	7,00	3,73	7,00
126,70	16,40	6,00	4,35	6,00
152,00	15,40	5,00	5,22	5,00
190,00	14,40	4,00	6,53	4,00
253,00	13,40	3,00	8,71	3,00
304,00	12,90	2,50	10,45	2,50
380,00	12,40	2,00	13,06	2,00
506,70	11,90	1,50	17,41	1,50
760,00	11,40	1,00	26,12	1,00

¹— g : taux de croissance des dividendes (10,4 %). R : taux de rentabilité attendu ou taux d'actualisation du marché des actions.

N.B. : Le niveau atteint par l'indice CAC, pour un niveau donné de l'écart ($R - g$) est obtenu en appliquant un modèle d'actualisation des dividendes futurs anticipés. Pour rendre compte de manière simple mais exacte de l'incidence respective du jeu de différents paramètres sur la valorisation du niveau de l'indice CAC, ce tableau transforme en taux unique et constant de croissance des dividendes, une modélisation plus réaliste du futur des entreprises et de l'évolution de leurs dividendes décomposée en quatre périodes.

Source :
Associés en Finance,
service droit de marché.

Du fait que la perception qu'ont les investisseurs de la croissance des dividendes est aussi sujette à des modifications, il est utile de raisonner en termes d'écart entre le taux d'actualisation et le taux de croissance des dividendes ($R - g$) comme déterminant important du niveau d'un indice boursier. La sensibilité du niveau de l'indice CAC à la valeur de cet écart⁵ peut être montrée (*voir tableau page suivante*). Plus l'écart initial est faible, plus la perte potentielle qui serait due à une hausse de l'écart sera importante. Ainsi, un accroissement de l'écart de 5 % à 6 % entraîne une baisse du niveau de l'indice de 152 à 126,7, soit une baisse en pourcentage de 16,64, tandis qu'un accroissement de l'écart de 2 % à 3 % entraîne une baisse du niveau de l'indice de 380 à 253,3 soit une baisse en pourcentage de 33,34.

⁵—On remarquera que la colonne écart du tableau précédent est identique à celle des taux de rendement. Ceci est une propriété commode du modèle d'actualisation des dividendes à croissance constante : le taux de rendement instantané des actions est une bonne estimation de l'écart entre le taux de rentabilité attendu par les investisseurs sur les actions et le taux de croissance des dividendes.

VARIATION DE L'INDICE CAC EN FONCTION DE L'ÉVOLUTION DE L'ÉCART (R-g)*

Écart initial	Écart final	Variation de l'écart	Variation du CAC (%)
7,00	8,00	1,00	- 12,52
6,00	7,00	1,00	- 14,29
5,00	6,00	1,00	- 16,64
4,00	5,00	1,00	- 20,00
3,00	4,00	1,00	- 24,90
2,00	3,00	1,00	- 33,42
1,00	2,00	1,00	- 50,00

* par variation de 1 %
(100 points de base).

Il est généralement accepté d'exprimer le risque par l'écart-type des taux de rentabilité, surtout si leur distribution est normale ou lognormale. Il est vrai que seules les baisses sont perçues comme des risques; jamais les hausses; mais dans la mesure où les distributions des taux de rentabilité sont symétriques, la variance ou l'écart-type des taux de rentabilité actuariels constitue une bonne mesure de la variabilité potentielle et donc du risque.

L'écart-type des taux de rentabilité du marché peut être estimé directement en fonction d'estimations sur l'écart-type de la différence (R - g) entre la rentabilité anticipée des actions et le taux de croissance des dividendes à l'aide des équations (1) et (2) suivantes⁶:

$$\text{Var}(P) = d^2 \text{Var}(S) / S_0^4 \quad (1)$$

où:

Var(P) = Variance des prix des actions

d = dividende

Var(S) = variance estimée de l'écart (R - g)

S₀ = écart actuel

et:

$$\text{Écart-type}(R) = (\text{Var } P)^{1/2} / P_0 \quad (2)$$

avec:

Écart-type(R) = écart-type des taux de rentabilité des actions

P₀ = prix des actions

En examinant l'évolution de l'écart-type des taux de rentabilité des actions lorsque l'on fait varier le montant de l'écart (R - g) tout en gardant constant son écart-type (voir tableau page suivante), on remarque que l'écart-type des taux de rentabilité passe de 50 % à 10 % lorsque l'on fait varier l'écart entre 1 % et 5 %. Autrement dit, pour un certain niveau d'incertitude de (R - g), le marché est d'autant plus risqué que cet écart est faible; il l'est cinq fois plus lorsque l'écart passe de 5 % à 1 %. En d'autres termes, une variation de (R - g) n'affectera que modérément la valeur des actions lorsque cet écart est élevé; lorsqu'il est faible, le marché devient très sensible à une faible variation de cet écart; un léger accroissement peut entraîner une forte baisse du marché.

Au début du mois d'octobre 1987, cet écart en bourse de Paris était seulement de 2 %. De ce seul point de vue, le marché était très risqué.

Une approche alternative pour juger du risque actuariel du marché consiste à raisonner toujours à partir des équations (1) et (2) mais de manière inversée: se fixer comme donnée la différence (R - g) et estimer pour plusieurs niveaux

6— La démonstration de ces relations est donnée en annexe.

1/LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIVITÉS FINANCIÈRES

ÉCART-TYPE DU MARCHÉ DES ACTIONS EN FONCTION DU NIVEAU DE L'ÉCART (R - g) (en pourcentage)

Écart R - g	Écart-type de R - g	Écart-type des rentabilités
5	0,5	10
4	0,5	13
3	0,5	17
2	0,5	25
1	0,5	50

d'écart-type de (R - g) l'écart-type des taux de rentabilité actuariels du marché (voir tableau page suivante). Pour une différence de 2 %, donnée estimée au début du mois d'octobre 1987, l'écart-type des taux de rentabilité actuariels passe de 12,50 % à 75 % lorsque l'écart-type de la différence (R - g) croît de 0,1 % à 0,6 %. Il est clair que le risque du marché croît avec l'écart-type de la différence (R - g).

VARIATION DE L'ÉCART-TYPE DES TAUX DE RENTABILITÉ DES ACTIONS EN FONCTION DE L'ÉCART-TYPE DE (R - g) POUR UN ÉCART (R - g) DE 2 %

Écart-type de R - g (en %)	Différence R - g (en %)	Écart-type des taux de rentabilité des actions (en %)
0,6	2	75,00
0,5	2	62,50
0,4	2	50,00
0,3	2	37,50
0,2	2	25,00
0,1	2	12,50

92

UN ASSET MIX OPTIMAL

Les analyses précédentes ont montré que le marché français des actions était incontestablement risqué depuis un certain nombre de mois lorsqu'est intervenu le krach boursier : la prime de risque était historiquement très faible, ainsi que l'écart des taux de rentabilité actuariels actions/obligations ; de ce fait, le marché était devenu très sensible à tout accroissement inéluctable de ces grandeurs. Seul le moment où celui-ci interviendrait, l'ampleur du réajustement et sa rapidité étaient incertains. La valeur de ces paramètres pouvait-elle se traduire dans un *asset mix optimal* actions/obligations qui aurait en quelque sorte prémuni ceux qui l'appliquaient contre le krach boursier ? Sans aucun doute, si l'on admet que les investisseurs déterminent la répartition des actifs dans leur portefeuille de façon à maximiser une performance *ex ante* exprimée à la fois en termes de risque et de rentabilité. Plus précisément, on suppose qu'un investisseur donné recherche un *asset mix* qui maximise une expression du type :

$$\text{Max}(E(R) - a \cdot \text{Var}(R))$$

Dans cette expression, $E(R)$ désigne la rentabilité escomptée du portefeuille et $Var(R)$ son risque. La constante de proportionnalité, a , est appelée coefficient d'aversion au risque qui rend compte du comportement de l'investisseur vis-à-vis du risque. Plus a est grand, plus l'investisseur a une aversion au risque et plus la prime de risque qu'il exige est élevée. L'optimisation se fait par rapport aux fractions investies dans les différentes classes d'actifs puisque la rentabilité anticipée $E(R)$ et la variance anticipée $Var(R)$ du portefeuille dépendent de la répartition des fonds dans les différentes classes d'actifs. Le résultat de ce processus d'optimisation est le portefeuille optimal de l'investisseur.

Nous indiquons ci-après (voir les deux premières colonnes du tableau ci-dessous) les proportions qu'un investisseur ayant une aversion moyenne au risque aurait affecté aux actions et aux obligations, compte tenu d'un certain nombre d'hypothèses de risque des actions et des obligations et de leur degré de corrélation fondé sur des données historiques. Jusqu'en janvier 1986, une proportion du portefeuille supérieure à la moyenne devait être investie en actions. À partir de janvier 1987, ce pourcentage devait baisser notablement à moins de 30 %. À la veille du krach, 15 % seulement du portefeuille devait être investi en actions et 85 % en obligations.

COMPARAISON DES PERFORMANCES DU PORTEFEUILLE OPTIMAL AVEC CELLES DU PORTEFEUILLE TYPE

Date (fin de mois)	Optimal		Valeur des portefeuilles			
	Actions (%)	Obligations (%)	Optimal	50/50	Actions	Obligations
Mai 85	51	49	100,0	100,0	100,0	100,0
Oct. 85	55	45	100,4	100,5	99,1	105,7
Jan. 86	55	45	120,2	119,2	129,1	112,9
Mai 86	41	59	155,1	152,4	181,2	129,8
Oct. 86	40	60	156,5	153,3	182,5	132,9
Jan. 87	29	71	161,7	159,5	196,9	132,8
Fév. 87	25	75	162,1	161,0	201,5	132,1
Mars 87	28	72	168,4	168,3	213,5	136,0
Avril 87	26	74	169,8	170,0	216,7	136,8
Mai 87	26	74	168,1	166,2	208,4	135,6
Juin 87	24	76	162,7	160,2	198,0	133,4
Juil. 87	24	76	165,1	163,3	207,6	134,7
Août 87	22	78	164,5	162,1	200,9	134,6
Sept. 87	15	85	164,3	163,5	216,1	133,0
Oct. 87	23	77	159,9	152,7	184,3	135,0
Nov. 87	58	42	156,5	139,9	147,8	139,2
Déc. 87	58	42	155,9	137,6	141,1	139,9
Rentabilité totale			55,90 %	37,60 %	41,10 %	39,90 %
Rentabilité annualisée			18,80 %	13,10 %	14,30 %	13,60 %
Risque			11,90 %	14,00 %	25,20 %	6,50 %
Ratio de Sharpe			0,74	0,22	0,17	0,55

N.B. Cet actif optimal est déterminé en fonction des hypothèses suivantes : risque des actions 18 % (écart-type annualisé des taux de rentabilité mensuels) ; risque des obligations (6,5 %) ; corrélation actions/obligations : 0,4 ; aversion au risque moyenne. Le taux sans risque utilisé pour le calcul du ratio de Sharpe est de 10 %.

Les colonnes suivantes du même tableau indiquent l'évolution de la valeur de quatre portefeuilles à partir de mai 1985 : le portefeuille optimal dont les proportions investies en actions et en obligations sont celles des deux premières colonnes du tableau ; un portefeuille également investi en actions et en obligations ; un portefeuille actions (indice CAC) et un portefeuille investi exclusivement en obligations de

1/LE DÉVELOPPEMENT DES ACTIVITÉS FINANCIÈRES

première catégorie. Sur la base d'un indice 100 en mai 1985, les valeurs des portefeuilles en décembre 1987 sont respectivement de 155,9, 137,6, 141,1 et 139,9. Le portefeuille optimal obtient la meilleure rentabilité annualisée, 18,8 %, contre respectivement 13,1 %, 14,3 % et 13,6 % pour les trois autres. C'est aussi celui qui exhibe un des plus faibles risques en terme d'écart-type annualisé des taux de rentabilité mensuels (11,9 % contre respectivement 14 %, 25,2 % et 6,5 % pour les trois autres).

En définitive, un portefeuille composé de manière dynamique selon les principes de la théorie du risque exposée dans cet article aurait obtenu une meilleure performance que tout autre portefeuille, comme le suggère la valeur du ratio de Sharpe pour chacune des stratégies d'investissement. Ce ratio permet de comparer la performance de portefeuilles ayant des objectifs différents en normant les taux de rentabilité qu'ils obtiennent en excès du taux sans risque par leur risque. Formellement, il s'écrit comme le ratio de la différence entre la rentabilité du portefeuille et le taux sans risque à l'écart-type des taux de rentabilité du portefeuille. Plus ce ratio est élevé et meilleure est la performance du portefeuille. Le portefeuille de composition optimale obtient un ratio de Sharpe de 0,74 contre respectivement 0,22, 0,17 et 0,55 pour les trois autres portefeuilles.

Beaucoup d'analystes du krach pointent un doigt accusateur sur les nouvelles techniques et stratégies d'investissement qui sont, ô paradoxe, pour partie des techniques de contrôle de risque. Ce serait cependant une grave erreur de vouloir réduire le risque de marché en prohibant l'utilisation des ordinateurs et de certaines techniques de gestion sous prétexte qu'ils en seraient la cause. Le krach de 1929 est survenu avant que n'apparaissent les ordinateurs, les options, les techniques de gestion dynamique ou le *program trading*. Il y aura d'autres crises boursières dans l'avenir, quelles que soient l'importance ou la qualité des réglementations élaborées pour les empêcher ou les atténuer.

Il faut considérer le krach de 1987 comme une nécessaire correction d'un marché qui était manifestement surévalué. La vitesse avec laquelle cette correction s'est produite est sans doute le fait de la sophistication croissante des marchés financiers. Pour faire face à des marchés intrinsèquement risqués, il ne s'agit pas d'interdire l'utilisation des ordinateurs sur les marchés boursiers mais d'en faire un meilleur usage dans l'exécution des transactions et la surveillance des marchés. Le risque d'un marché boursier n'est pas constant. Il varie fortement avec le niveau des cours boursiers, l'incertitude sur les taux d'intérêt et les perspectives des bénéfices des sociétés. Les modèles d'évaluation d'actions et d'allocation entre classes d'actifs qui incorporent des estimations de risque devraient les faire varier en fonction des niveaux de cours et du degré de confiance dans les données fondamentales. En tout état de cause, il faut porter une attention particulière non seulement à la rentabilité mais aussi aux risques, qui sont le fondement d'une structuration appropriée des portefeuilles. □

ANNEXE*

Soit $S = S_0 e^x$ où S représente l'écart de la prochaine période, S_0 l'écart aujourd'hui et x le taux de croissance continu de l'écart. x est une variable aléatoire. On fait l'hypothèse que x est distribué normalement avec une moyenne M . Soit $P = \frac{d}{S}$ d étant une constante. On peut écrire :

$$\text{Var}(P) = \frac{d^2 \text{Var}(S)}{S_0^4}$$

Pour preuve, supposons que Y est une variable aléatoire qui suit une loi normale. Dans ce cas e^Y suit une loi lognormale dont la variance est donnée par l'expression suivante :

$$\text{Var}(e^Y) = e^{2Y - \text{Var}(Y)} [e^{-\text{Var}(Y)} - 1] \quad (\text{A1})$$

on a :

$$\begin{aligned} \text{Var } P &= \text{Var} \left(\frac{d}{S} \right) \\ &= d^2 \text{Var} \left(\frac{1}{S} \right) \\ &= d^2 \text{Var} \left(\frac{1}{S_0 e^x} \right) \\ &= \frac{d^2}{S_0^2} \text{Var} \left(\frac{1}{e^x} \right) \\ &= \frac{d^2}{S_0^2} \text{Var}(e^{-x}) \end{aligned}$$

de l'équation (A1) :

$$\begin{aligned} \text{Var } P &= \frac{d^2}{S_0^2} e^{-2\bar{x} - \text{Var}(x)} [e^{-\text{Var}(x)} - 1] \\ &= \frac{d^2}{S_0^2} e^{-4\bar{x}} e^{2x - \text{Var}(x)} [e^{-\text{Var}(x)} - 1] \\ &= \frac{d^2}{S_0^2} e^{-4\bar{x}} \text{Var}(e^x) \\ &= \frac{d^2}{S_0^2} e^{-4\bar{x}} \text{Var} \left[\frac{S}{S_0} \right] \\ &= \frac{d^2 e^{-4\bar{x}}}{S_0^2} \frac{\text{Var}(S)}{S_0^2} = \frac{d^2 \text{Var}(S)}{e^{4M} S_0^4} \end{aligned}$$

du fait que $\bar{x} = M$.

Si le taux de croissance moyen M est nul, on a $e^{4M} = e^0 = 1$, ce qui implique que :

$$\text{Var}(P) = \frac{d^2 \text{Var}(S)}{S_0^4}$$

* Voir Duffie (1987).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASSOCIÉS EN FINANCE. — **Les options sur actions.** — PUF, 1987.
 ASSOCIÉS EN FINANCE (Services droit de marché et consensus). — Diverses publications, 1978-1987.
 DUFFIE D. — **Technical Note.** — *Stanford University*, oct. 1987. JACQUILLAT. — **Cours boursiers et modèles d'évaluation.** — *Chroniques Sedeis*, fév. 1988.
 JACQUILLAT B. ET SOLNIK B. — **Marchés financiers : gestion de portefeuille et des risques.** — *Dunod* (à paraître, 1988).
 JAHNKE W. — **The crash of 1987,** *Financial Analysts Journal*. — Nov.-déc. 1987.
 JOUSSET H. — **Analyse de la performance d'un titre : exemple de Saint-Gobain.** — *Chroniques Sedeis*, avr. 1988.